



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
INSTITUTO DE POSGRADO Y EDUCACIÓN CONTÍNUA

**“LA UTILIZACIÓN DE ESTRATEGIAS ACTIVAS Y SU INCIDENCIA EN EL
DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE LOS
ESTUDIANTES DEL OCTAVO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL COLEGIO
“AMELIA GALLEGOS DÍAZ”.**

TESIS DE GRADO

PREVIA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

MAGÍSTER EN MATEMÁTICA BÁSICA

AUTOR: EDELBERTO OSWALDO CUNACHI PILLAJO

TUTOR: Dr. JORGE CONGACHA

RIOBAMBA – ECUADOR

2 015

CERTIFICACIÓN DE DEFENSA

Certifico la defensa de tesis titulada “LA UTILIZACIÓN DE ESTRATEGIAS ACTIVAS Y SU INCIDENCIA EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL OCTAVO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL COLEGIO “AMELIA GALLEGOS DÍAZ”, realizada por EDELBERTO OSWALDO CUNACHI PILLAJO, el día martes 05 de mayo de 2 015.

Dr. Juan Vargas

PRESIDENTE

Dr. Jorge Congacha

DIRECTOR DE TESIS

Ing. Paúl Romero

MIEMBRO DEL TRIBUNAL

Mat. Alberto Viláñez

MIEMBRO DEL TRIBUNAL

COORDINADOR SISBIB – ESPOCH

FECHA: 2015 – 06 – 03

DERECHOS DE AUTORÍA

Yo, Edelberto Oswaldo Cunachi Pillajo, declaro ser autor del presente trabajo de tesis **“LA UTILIZACIÓN DE ESTRATEGIAS ACTIVAS Y SU INCIDENCIA EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL OCTAVO AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL COLEGIO “AMELIA GALLEGOS DÍAZ”**, que se elaboró bajo la dirección del Doctor Jorge Congacha, por lo que soy el responsable de las ideas, criterios, doctrinas y resultados expuestos en la presente Tesis, y el patrimonio de la misma pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH).

Edelberto Oswaldo Cunachi Pillajo
060128561-2

DEDICATORIA

Al creador del Universo, el que me ha dado gran fortaleza para continuar preparándome dedico primero a Dios. Este trabajo es fruto de la constancia y esfuerzo, lo que dedico a mis padres: Juan V (+) y Mercedes; a mis hermanos: Piedad, Mario, Teresa, Juan, Serafín y Anita, quienes me brindaron el apoyo absoluto para alcanzar este objetivo.

A mis dilectos amigos Jorge T. y Ángel S. que gracias a su apoyo moral e incondicional hicieron de esta experiencia una de las más especiales en mi vida.

Oswaldo Cunachí Píllajo

AGRADECIMIENTO

Expreso un agradecimiento muy especial a todos los docentes de la Maestría de Matemática Básica, **VERSIÓN I** de la **Escuela Superior Politécnica de Chimborazo**, quienes aportaron con sus excelentes conocimientos en mi formación académica.

Un reconocimiento personal al Dr. Jorge Congacha, por su dedicación en la revisión y su valioso aporte para la culminación de la tesis como tutor, además a los directos docentes integrantes: Ing. Paúl Romero y Mat. Alberto Viláñez.

Oswaldo Cunachí Píllajo

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN	1
1.1. Planteamiento del problema / antecedentes	1
1.2. Formulación del problema	2
1.3. OBJETIVOS	2
1.3.1. Objetivo General	3
1.3.2. Objetivos Específicos	3
1.4. Justificación	3
1.5. Viabilidad	5
1.6. Marco hipotético	5
1.7. Hipótesis	7
1.7.1. Operacionalización conceptual de las variables.	7
1.7.2. Operacionalización metodológica de las variables	8

CAPÍTULO II

MARCO DE REFERENCIA	9
2.1. Introducción	9
2.2. La importancia de aprender a aprender	9
2.3. Importancia de enseñar y aprender Matemática	10
2.4. Constructivismo pedagógico	12
2.4.1. Jean Piaget	12

2.4.2. El constructivismo y educación	13
2.4.3. Características del maestro constructivista	14
2.4.4. El constructivismo pedagógico según Vygotsky	14
2.5. Utilización de estrategias metodológicas	16
2.5.1. ¿Qué es una estrategia?	16
2.5.2. ¿Qué es una técnica didáctica?.	17
2.5.3. ¿Qué son los recursos didácticos?.	17
2.6. Aplicación didáctica de una estrategia	18
2.6.1. Identificar las estrategias 1	18
2.6.2. Identificar las estrategias 2	19
2.6.3. Identificar las estrategias 3	19
2.6.4. Identificar las estrategias 4	20
2.7. Actividades y características del pensamiento lógico	21
2.7.1. Actividades del pensamiento lógico	21
2.7.2. Características del pensamiento lógico	22
2.8. Formación de capacidades que favorezcan al desarrollo lógico matemático	22
2.8.1. Razonamiento deductivo	23
2.8.2. Razonamiento inductivo	24
2.8.3. Razonamiento analógico	24
2.8.4. El razonamiento lógico matemático	24
2.8.4.1. ¿Qué es el razonamiento lógico?.	25
2.8.4.2. ¿Qué es el razonamiento lógico matemático?.	25

2.8.5.	El razonamiento para solucionar problemas matemáticos.	26
2.8.6.	Desarrollo de las fases para la resolución de un problema.	27
2.9.	Pensamiento numérico	30
2.9.1.	Características del pensamiento numérico	30
2.9.2.	Sucesiones numéricas.	30
2.9.3.	Analogías numéricas.	32
2.9.4.	Distribuciones numéricas.	35
2.10.	Razonamiento abstracto	38
2.10.1.	Conteo de figuras.	39

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO	42
3.1. Población	42
3.2. Muestra	42
3.3. Tipo de investigación	43
3.4. Diseño de la investigación	43
3.5. Métodos	44
3.6. Técnicas	44
3.7. Análisis de las variables investigadas	44
3.8. Comprobación de la hipótesis	45
3.9. Conclusión	46
3.10. Fuentes de información	47

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y ANÁLISIS	48
4.1. Test de encuestas realizadas a los estudiantes	48
4.2. Análisis e interpretación de resultados	49
4.3. Prueba de hipótesis	51
4.4. Conclusiones	53
4.5. Recomendaciones	54

CAPÍTULO V

PROPUESTA	55
INTRODUCCIÓN	55
5.1. Sucesiones numéricas	55
5.2. Analogías numéricas	62
5.3. Distribuciones numéricas	76
5.4. Distribución numérica en pirámides	81
5.5. Otras distribuciones de matrices numéricas	83
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88
Anexo A Prueba diagnóstica	92
Anexo B Prueba final	95
Anexo C Problemas desarrollados	98
Anexo D Número de estudiantes de la prueba final	113
Anexo E₁ Tabla de frecuencias de la prueba diagnóstica	114
Anexo E₂ Tabla de frecuencias de la prueba de final	114

INDICE DE TABLAS

Tabla 1-1	Operacionalización conceptual de las variables	7
Tabla 1-2	Operacionalización metodológica de las variables	8
Tabla 2-1	Formación de sucesiones numéricas de filas y columnas	31
Tabla 4-1	Estadística descriptiva de pruebas: diagnóstica y final	50
Tabla 4-2	Prueba t para medias de dos muestras emparejadas	52
Tabla 4-3	Especificación de la región de rechazo y región de no rechazo	53
Tabla 5-1	Formación de sucesiones numéricas de filas y columnas	56
Tabla 5-2	Formación de sucesiones numéricas de filas y columnas	58
Tabla 5-3	Formación de sucesiones numéricas de filas y columnas	59
Tabla 5-4	Formación de sucesiones numéricas de filas y columnas	61
Tabla 5-5	Respuestas del problema 2 (a, b, c, d, e y f)	85
Tabla 5-6	Respuestas del problema 3 (a, b, c, d, e y f)	86
Tabla 5-7	Respuestas del problema 4 (a, b, c y d)	87
Tabla 5-8	Número de estudiantes, prueba diagnóstica y prueba final	113
Tabla 5-9	Tabla de frecuencias de la prueba diagnóstica	114
Tabla 5-10	Tabla de frecuencias de la prueba final	114

INDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 Mapa conceptual de estrategia metodológica	17
Figura 2-2 Razonamiento deductivo e inductivo	24
Figura 2-3 Sucesión numérica en círculos concéntricos	26
Figura 2-4 Matriz para la formación de sucesiones	31
Figura 2-5 Diagrama de una analogía numérica en círculos	32
Figura 2-6 Diagrama de una analogía numérica en círculos	33
Figura 2-7 Diagrama de una analogía numérica en círculos	33
Figura 2-8 Diagrama de una analogía numérica	34
Figura 2-9 Diagrama de una analogía numérica	34
Figura 2-10 Distribución numérica en bloques	35
Figura 2-11 Distribución numérica en los círculos	36
Figura 2-12 Distribución numérica en círculos	37
Figura 2-13 Distribución numérica en un triángulo	37
Figura 2-14 Distribución numérica	38
Figura 2-15 Conteo numérico de triángulos	39
Figura 2-16 Conteo numérico de triángulos	40
Figura 2-17 Conteo de triángulos usando la fórmula	41
Figura 2-18 Conteo de triángulos usando la fórmula	41
Figura 3-1 Especificación de la región de rechazo y la región de no rechazo	46
Figura 4-1 Resultados obtenidos de la prueba diagnóstica	49
Figura 4-2 Resultados obtenidos de la prueba final	49
Figura 4-3 Resultados obtenidos de las pruebas: diagnóstica y final	50
Figura 4-4 Especificación de la región de rechazo y región de no rechazo	53
Figura 5-1 Diagrama de una sucesión numérica (adición)	55
Figura 5-2 Diagrama de una sucesión numérica (sustracción)	57
Figura 5-3 Diagrama de una sucesión numérica (producto)	59

Figura 5-4 Diagrama de una sucesión numérica (sustracción)	60
Figura 5-5 Diagrama de una analogía numérica	62
Figura 5-6 Diagrama de una analogía numérica	62
Figura 5-7 Diagrama de una analogía numérica	63
Figura 5-8 Diagrama de una analogía numérica	63
Figura 5-9 Diagrama de analogía numérica en triángulos	63
Figura 5-10 Diagrama de analogía numérica en triángulos	64
Figura 5-11 Diagrama de analogía numérica en triángulos	64
Figura 5-12 Diagrama de analogía numérica en triángulos	65
Figura 5-13 Diagrama de analogía numérica	65
Figura 5-14 Diagrama de una analogía numérica	66
Figura 5-15 Diagrama de una analogía numérica	66
Figura 5-16 Diagrama de una analogía numérica	67
Figura 5-17 Diagrama de una analogía numérica	67
Figura 5-18 Diagrama de una analogía numérica	68
Figura 5-19 Diagrama de una analogía numérica	68
Figura 5-20 Diagrama de una analogía numérica	69
Figura 5-21 Diagrama de una analogía numérica	69
Figura 5-22 Diagrama de una analogía numérica	70
Figura 5-23 Diagrama de una analogía numérica	70
Figura 5-24 Diagrama de una analogía numérica	70
Figura 5-25 Diagrama de una analogía numérica	71
Figura 5-26 Diagrama de una analogía numérica	71
Figura 5-27 Diagrama de una analogía numérica	72
Figura 5-28 Diagrama de una analogía numérica	72
Figura 5-29 Diagrama de una analogía numérica	72
Figura 5-30 Diagrama de una analogía numérica	73
Figura 5-31 Diagrama de una analogía numérica	73

Figura 5-32 Diagrama de una analogía numérica	74
Figura 5-33 Diagrama de una analogía numérica	74
Figura 5-34 Diagrama de una analogía numérica	75
Figura 5-35 Diagrama de una analogía numérica	75
Figura 5-36 Diagrama de una analogía numérica	75
Figura 5-37 Distribución numérica en un triángulo	76
Figura 5-38 Distribución numérica en un triángulo	76
Figura 5-39 Distribución numérica en un triángulo	76
Figura 5-40 Distribución numérica en un triángulo	77
Figura 5-41 Distribución numérica en cuadrados	77
Figura 5-42 Distribución numérica pares e impares	77
Figura 5-43 Distribución de números consecutivos	78
Figura 5-44 Distribución numérica para formar una sucesión	78
Figura 5-45 Distribución numérica para formar una sucesión	79
Figura 5-46 Distribución numérica para formar una sucesión	80
Figura 5-47 Distribución numérica para formar una sucesión	81
Figura 5-48 Pirámide para adicionar números pares	81
Figura 5-49 Pirámide para adicionar números primos	82
Figura 5-50 Pirámide para multiplicar números positivos y negativos	82
Figura 5-51 Pirámide para aplicar la propiedad conmutativa	83
Figura 5-52 Matrices para calcular la adición y división	83
Figura 5-53 Matrices para calcular la adición y sustracción	84
Figura 5-54 Matrices para calcular división y multiplicación	85
Figura 5-55 Matrices para calcular la división y sustracción	86

RESUMEN

Se utilizó estrategias activas para desarrollar razonamiento lógico matemático para la enseñanza – aprendizaje de los estudiantes de Octavo Año de Educación General Básica del Colegio Amelia Gallegos Díaz.

Se receptó una prueba diagnóstica, luego se seleccionó y se utilizó varias estrategias activas tales como: lectura comprensiva, selección de datos para la resolución, visualización y familiarización de representaciones gráficas, búsqueda de relaciones existentes entre variables, cálculo mental, verificación de las relaciones, comunicación y análisis de los resultados.

Se trabajó durante cuatro meses, se aplicó una prueba final para determinar la incidencia que tiene la utilización de estrategias activas. La hipótesis de investigación se probó con una población de 30 estudiantes de Octavo Año, paralelo “A”, la muestra estuvo conformada de 28 estudiantes, elegidos en forma aleatoria simple.

Se utilizó el estadístico t – Student, con un nivel de confianza del 95%. La prueba diagnóstica tiene una media de 1,39 y la prueba final 4,18 sobre diez puntos, de los resultados obtenidos al aplicar las estrategias activas se observó un mejor desempeño académico por parte de los estudiantes al momento de la evaluación.

Así, los docentes de Matemática deben crear, diseñar y elaborar material didáctico para los estudiantes, esto conducirá el interés por la matemática de aquí depende los aprendizajes significativos, a su vez los estudiantes entregarán toda su capacidad en la resolución de los problemas, serán críticos, reflexivos y autónomos.

Palabras claves

<ESTRATEGIAS ACTIVAS>, <RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO>, <ANALOGÍA, SUCESIÓN, MATRIZ Y DISTRIBUCIÓN NUMÉRICA>, <CÁLCULO MENTAL>, <PENSAMIENTO LÓGICO>, <CONTEO DE FIGURAS>, <RELACIONES ARITMÉTICAS>, <OCTAVO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA>, <COLEGIO AMELIA GALLEGOS DÍAZ>, <ANÁLISIS>

ABSTRACT

It has been using active strategies to develop the mathematic and logic thinking for teaching students who are studying at eighth level in Amelia Gallegos Díaz Elementary school.

It had done a diagnostic test then it had selected and used some active strategies such as: reading comprehension, choosing data to resolve, visualization, familiarization graphic representations, and search for relationships between variables, mental calculation, verification of relationships, communication and analysis of results.

This project was developed during four months; it had applied to determine the incidence of the active strategies has. The hypothesis of the present research was tested with a sampling of 30 students who are studying in eighth level parallel “A”, that sampling was done by 28 students who were chosen in a simple random.

It was used T – Student statistical with 98% of a confidence level, the diagnostic test has average of 1, 39; and the last testing had 4, 18/10 points.

In a nutshell, the Mathematic teachers should create, design and elaborate didactic material for their students, it will develop the interest about the subject because the meaningful learning is depended of that, and as the result the students could give all of their capacities in their Math tasks or activities; this could create critical, reflexive and self-sufficient students.

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación trata sobre la utilización de estrategias activas para el progreso del razonamiento lógico matemático de los estudiantes del Octavo Año de Educación General Básica del colegio **“AMELIA GALLEGOS DÍAZ”**, éstas estrategias permitirán un mejor desarrollo en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

En la actualidad los docentes de matemáticas tenemos un reto con la sociedad, principalmente con nuestros estudiantes que asisten a prepararse para el presente y futuro; y de esta manera aprenden razonar, ser más organizados y cumplidores en sus tareas específicas con la finalidad de dar sentido y significado a las diversas actividades que deben aprender para alcanzar sus objetivos como estudiantes, se pondrá énfasis en el desarrollo del razonamiento lógico de las matemáticas.

1.1. Planteamiento del problema / antecedentes

Los estudiantes de Octavo Año de Educación General Básica que ingresan al colegio **“AMELIA GALLEGOS DIAZ”** tienen falencias en cuanto se refiere al razonamiento lógico matemático, esto se debe a varios factores que están relacionados con las estrategias metodológicas que utilizan los docentes en la Básica.

Se considera que la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas está dinamizada en la aplicación de procesos tradicionales, sin considerar lo más importante el razonamiento lógico matemático; pero, es necesario evaluar al inicio y posteriormente trabajar con los estudiantes en temas de nivelación y de esta manera iniciar en iguales condiciones del grupo.

Al bajo rendimiento del Octavo Año de Educación General Básica, es necesario buscar respuestas a la forma en que se enseña y por ende, ¿cómo aprenden las Matemáticas en la primaria?. ¿Qué logros de aprendizaje se alcanzan?. ¿El proceso de la información es sólo superficial o alcanza lo elaborativo y profundo?. Por lo anterior, es posible responder que la enseñanza - aprendizaje en las Matemáticas es un problema

urgente de resolver, que a su vez se ha instalado en la discusión diaria, tanto de los expertos en la Matemática, padres de familia, representantes y otros.

En la clase de matemáticas de Octavo Año de Educación General Básica en la aplicación pedagógica se observa, cuando se plantea una actividad de aprendizaje con los estudiantes muy pocos interpretan su contenido, razón por la cual no realizan correctamente las operaciones matemáticas, llevándoles a errar en los resultados.

Además el cálculo mental no lo realizan correctamente al usar las operaciones aritméticas elementales con los números naturales, enteros, racionales ya que usan la calculadora. Consecuentemente los estudiantes pocas veces o nunca proponen nuevos ejemplos, no encuentran soluciones rápidas y muy acertadas a los problemas matemáticos.

En cuanto a la metodología empleada en el Área de Matemática, no hay criterios consensuados en el colegio “**AMELIA GALLEGOS DÍAZ**”, acerca de cómo enseñar las Matemáticas, no se aplican métodos constructivistas, se emplea generalmente el libro donado por el Ministerio de Educación.

En el aula se practica poco el cálculo mental, la reflexión, la resolución de problemas, la estimación de valores de medidas, restando de esta manera el desarrollo de las destrezas, tales como: comprensión de conceptos, conocimientos de procesos y resolución de problemas.

La actualización pedagógica de los maestros no es muy frecuente, respondiendo su trabajo en el aula, más a lo aprendido en el proceso de formación docente que a las innovaciones pedagógicas recibidas, esta temática resalta su importancia, esto servirá para orientar a los docentes, estudiantes y su aplicación en el aula con una metodología innovadora y dinámica que incluya las estrategias activas y recreativas.

En tal virtud los educandos desarrollen una concentración más efectiva, creando una mayor atención, gusto y entusiasmo que les ayuden a construir actividades que tengan significado, y lo más elemental a desarrollar el pensamiento lógico, crítico y creativo en los estudiantes con un accionar heurístico.

1.2. Formulación del problema

¿Cómo influye la utilización de las estrategias activas en el desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes de Octavo Año de Educación General Básica del colegio “**AMELIA GALLEGOS DÍAZ**”?

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo General

Establecer la incidencia de la utilización de estrategias activas en el desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes del colegio “**AMELIA GALLEGOS DÍAZ**”.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Diagnosticar las estrategias activas que utilizan los estudiantes para desarrollar favorablemente el razonamiento lógico matemático.
- Identificar las estrategias activas que más faciliten el razonamiento lógico matemático de los estudiantes.
- Diseñar y aplicar estrategias activas que propicien el desarrollo del razonamiento lógico matemático.
- Recopilar resultados de las estrategias activas aplicadas en la investigación.
- Representar y analizar los resultados de las estrategias activas.
- Comparar y comprobar el rendimiento académico de los estudiantes que utilizan estrategias activas para desarrollar el razonamiento lógico matemático con otro curso que no apliquen.

1.4. Justificación

En la actualidad la matemática es una rama del saber que goza de un prestigio social, debido a la conexión que se hace de ésta con el desarrollo científico y tecnológico y la aplicabilidad en otras ciencias.

El estudiante de buen rendimiento académico en matemática es asociado también como una persona capaz, con amplias perspectivas de desarrollo profesional, pero el común denominador de los estudiantes y está provista de un lenguaje simbólico y de escasa aplicabilidad en su vida cotidiana.

La matemática en el mundo en que vivimos, cada vez hay más requerimientos, nuevas condiciones y dimensiones en su formación, porque así demandan las necesidades como: “Aprender a Aprender”, “Aprender a Crear”, “Aprender a Investigar”, “Aprender a Comunicarse”, “Aprender a Imaginar”, “Aprender de Ser”, y “Aprender a Hacer”; por lo que permitirán crear en cada estudiante el razonamiento lógico y a su vez tendrá la capacidad de desarrollarse en un marco de confianza de sí mismo.

Según los pedagogos la importancia de la matemática radica en que ofrece un conjunto de procedimientos de análisis, cálculo mental, medición y estimación del mundo natural y social, no sólo cuantitativa, sino también cualitativas y predictivas, permitiendo establecer relaciones entre los más diversos aspectos de la realidad, enriqueciendo su comprensión de conceptos, facilitando la selección de estrategias activas para resolver problemas y desarrollo del pensamiento lógico, crítico y autónomo de los estudiantes.

Varias aplicaciones matemáticas dificultan el aprendizaje en los estudiantes, ocasionando resistencia, apatía, temor en la asignatura, el desconocimiento de la teoría; lo cual impide avanzar eficientemente en la formación académica.

Este proyecto plantea la utilización de estrategias dinámicas que ayuden a crear hábitos de estudio de matemáticas, fortalecer el desarrollo mental en los estudiantes que están en el Octavo Año de Básica General Básica y que representan a la población inicial de la formación académica estudiantil.

Estas estrategias buscan mejorar la calidad de formación en la matemática de los estudiantes aplicando metodologías eficientes que favorezcan, simplifiquen y armonicen la utilización de herramientas básicas por parte de los estudiantes, esto a su vez permitirá eliminar temores infundados en los estudiantes y generar una nueva visión con respecto a la matemática como ciencia aplicada, misma que servirá para continuar sus estudios superiores.

El tema referido de matemática se ha seleccionado, porque pretende superar la excesiva “enseñanza” de conocimientos y poco razonamiento lógico matemático

aplicado por el maestro como el escaso aprendizaje del estudiante, la pasiva información matemática, la memorización y ejercitación mecánica de los estudiantes, que le lleva a aprender contenidos teóricos y procesos memorizados, pero en los que poco ha intervenido el razonamiento lógico matemático.

1.5. Viabilidad

De la experiencia en Educación General Básica, se ha detectado que: el razonamiento lógico matemático es necesario, que al iniciar sus estudios lo conozcan y apliquen, de tal forma es prioritario realizar esta investigación ya que existe disponibilidad de tiempo para profundizar las actividades de aprendizaje para el desarrollo del razonamiento lógico matemático y existe material bibliográfico, así como recursos humanos, materiales y económicos.

1.6. Marco hipotético

Antecedentes

La utilización de las estrategias son un conjunto de actividades, técnicas y medios que se planifican de acuerdo a las necesidades de la población a la cuál van dirigidas, los objetivos que persiguen y la naturaleza de las asignaturas, todo esto con la finalidad hacer más eficiente el proceso de enseñanza - aprendizaje.

Para el logro de los objetivos el docente puede tomar en cuenta elementos tales como: motivación, interés por aprender, preparación de varias actividades en el aula y la evaluación permanente en la asignatura.

Las estrategias facilitarán a los educandos construir, modificar y reforzar sus actividades en el accionar educativo y en su vida diaria, con la utilización de recursos del medio y adecuados a la realidad de las situaciones del aprendizaje.

Para el tesista, la utilización de las estrategias activas son herramientas básicas que deben ser aprovechadas por los docentes para la transmisión de conocimientos a los educandos.

Se debe considerar las Matemáticas como algo más que un conjunto de conceptos, definiciones, teoremas; utilización de métodos de investigación y razonamiento, siendo el gran potencial de la matemática que permite a cada estudiante gozar de especial autoestima y gran confianza personal.

Esto proporcionará que todo estudiante debe poner en juego su capacidad conceptual, procedimental y actitudinal, poniendo en práctica la resolución de ejercicios y problemas matemáticos, esto permitirá ingresar fácilmente a los estudiantes en el amplio campo científico y tecnológico.

Una manera práctica de desarrollar en los estudiantes el gusto y necesidad por las matemáticas, es involucrarlo desde el hogar en actividades cotidianas, por ejemplo, realiza una transacción bancaria, la compra de varios objetos, medición de distancias, la graficación de diferentes figuras geométricas, calcular el área y volumen de un tanque de agua.

En la enseñanza actual de la matemática, no se debe pensar que se deja de lado al cálculo, “al contrario de lo que se trata por un lado es de huir del cálculo rutinario sin comprender lo que se hace y, por otro, es necesario tratar problemas realmente prácticos”.

El progreso en matemática de los estudiantes de los Octavo Años de Educación General Básica, del colegio “**AMELIA GALLEGOS DIAZ**” permitirá dominar nuevas estrategias para realizar con rapidez el cálculo mental con cifras pequeñas y entender el motivo de su funcionalidad y utilidad; llegar a una matemática funcional, activa, participativa y comunicativa; logrando de esta manera aprendizajes significativos que le sirva en su diario vivir.

- Se utilizará el tiempo para crear el hábito de la lectura comprensiva.
- Se estimulará básicamente el razonamiento lógico en forma autónoma.
- Se motivará la observación, reflexión, análisis, la creatividad, el cálculo mental y la comunicación en las operaciones aritméticas básicas.
- Se fomentará la integración de los estudiantes para el trabajo en equipo.
- Se promoverá la elaboración de material concreto para fomentar el hábito de estudio de las matemáticas.

La tarea primordial del docente de matemática es: leer, observar, analizar, discutir, razonar y resolver problemas de naturaleza matemática, actualmente la matemática no sólo pretende resolver los problemas planteados de la vida cotidiana.

Por otra parte permitirá razonar, pensar, criticar, reflexionar y argumentar, lo más importante para ello es el dominio de procesos de razonamiento lógico matemático, se debe enseñar a los estudiantes a tomar decisiones en base a los datos del problema a resolver.

1.7. Hipótesis

La utilización de las estrategias activas incide positivamente en el desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes del colegio “**AMELIA GALLEGOS DIAZ**”

1.7.1. Operacionalización conceptual de las variables.

Tabla 1-1 Operacionalización conceptual de las variables

VARIABLES	TIPOS DE VARIABLES	CONCEPTO
La utilización de estrategias activas	Independiente	Hace referencia a operaciones o actividades mentales que facilitan y desarrollan los diversos procesos de aprendizaje de los estudiantes.
Desarrollo del razonamiento lógico matemático		Incluye cálculos matemáticos, pensamiento numérico, capacidad para desarrollar problemas de lógica, comprender conceptos abstractos y la solución de problemas.

Elaborado por: Cunachi O. 2 013 – 12 – 20

1.7.2. Operacionalización metodológica de las variables

Tabla 1-2 Operacionalización metodológica de las variables

VARIABLES	CATEGORÍA	INDICADORES	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS DE VERIFICACIÓN
La utilización de estrategias activas	Selección de estrategias	Horas utilizadas en actividades de matemática.	▪ Observación	▪ Fichas estructuradas
Desarrollo del razonamiento lógico matemático	Rendimiento académico	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Registro de asistencia. • Elaboración de trabajos individuales y grupales. • Registro de calificaciones • Tiempo ejecutado en horas clase 	<ul style="list-style-type: none"> • Hojas estructuradas para trabajar en el aula. • Hojas diagramadas para deberes de los estudiantes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Prueba escrita estructuradas. • Hojas de actividades de aprendizaje. • Notas registradas en secretaría. • Hojas de asistencia de los estudiantes.
	Procedimental	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación de las estrategias activas 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación • Lectura comprensiva • Cálculo mental • Verificación 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilización de hojas diagramadas de: matrices, analogías y distribuciones numéricas.
	Actitudinal	Respeto, honradez, Solidaridad, honestidad, afectividad, etc.	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación y utilización de valores por los estudiantes 	<ul style="list-style-type: none"> • Actas de calificaciones. • Actas de comportamiento.

Elaborado por: Cunachi O. 2 013 – 12 – 20

CAPÍTULO II

MARCO DE REFERENCIA

2.1. Introducción

El soporte básico de las ciencias exactas está en el conocimiento de la teoría, ésta a su vez se debe con la práctica del quehacer diario con los estudiantes y para ello debemos iniciar con lecturas dinámicas, motivadoras, comprensivas y formativas, referente a la asignatura con el propósito que el alumnado de todos los cursos se den cuenta la necesidad de conocer y luego utilizar.

Con el objetivo de mejorar esta necesidad, detallamos el constructivismo pedagógico de Piaget y Vygotsky; enfatizando las particularidades del maestro constructivista; las características del pensamiento lógico matemático, para la resolución de sucesiones, analogías, matrices y distribuciones numéricas, además el razonamiento abstracto, tal es el caso de conteo de triángulos.

2.2. La importancia de aprender a aprender

La matemática es un proceso pedagógico en la enseñanza - aprendizaje tiene gran importancia tanto para nuestra vida social para cada una de las personas, debido a los cambios que se presentan a diario la matemática es una materia de mucho valor cultural para el individuo, ya que experimentamos nuevas técnicas y conocimientos; esto a su vez permite elevar el interés para adquirir y desarrollar habilidades y destrezas.

En cuanto a su rol social de alguna manera la matemática motiva a tener una mejor organización, también a aprender técnicas o formas para así tener ideas más oportunas, claras y desarrollar métodos que nos ayuden a tomar decisiones, se relaciona la matemática con otras ciencias es satisfactorio porque ésta mantiene ese poder de ser muy flexible.

La matemática es una herramienta que se vincula con todas las ramas de la ciencia; hoy en día en esta profesión que se refiere a la docencia matemática para disponer de

conocimientos específicos y además saber expresarlos de manera numérica y analítica. (CARMONA, 2007)

En el proceso evolutivo del ser humano en el que se desarrollan una serie de habilidades, destrezas y actitudes a fin de optimizar los estilos propios para la adquisición y la solución de otros procesos evolutivos para el mejoramiento continuo como persona integral, libre, creativa, crítica y reflexiva. (CASTILLO, 2011).

La Matemática es una de las disciplinas más importantes para todo estudiante en cualquiera de las profesiones que elija a futuro. Es verdad, ha sido una disciplina a la que los alumnos encuentran algo difícil y con poca relevancia para su aprendizaje.

Como estudiante tuve dificultades con ella, pero aprendí cómo estudiar, razonar; investigar y entender la parte teórica de la Matemática, considero absolutamente fundamental para el desarrollo mental individual, como ser humano porque le ayuda a organizar, a tener imaginación ante problemas comunes y a tomar decisiones en función de los datos.

¿Cuál es la razón que la Matemática sea muy importante?.

Desde el punto de vista del autor, lo más importante de la Matemática no es solo la simple aritmética, sino el desarrollo del razonamiento lógico todo ser humano, gran parte de la Matemática se basa en lógica deductiva, debemos ser capaces de plantear un problema usando pasos lógicos y resolverlos.

Utilizando la teoría, técnicas y teoremas que muchas veces es el resultado de años en la enseñanza - aprendizaje, en realidad el desarrollo que genera al resolver problemas matemáticos pueden ser bien utilizados en varias áreas del conocimiento científico y tecnológico demostrando así, capacidad, reflexión, análisis y resolución.

2.3. Importancia de enseñar y aprender Matemática

La sociedad del tercer milenio en la cual vivimos, permite cambios acelerados en el campo de la ciencia y tecnología: los conocimientos, las herramientas y las maneras de hacer y comunicar, la matemática evoluciona constantemente.

Por esta razón, tanto el aprendizaje como la enseñanza de las Matemáticas deben estar enfocados en el desarrollo de las destrezas necesarias para que los estudiantes sean capaces de resolver problemas cotidianos, a la vez que se fortalece el pensamiento lógico matemático y creativo.

El conocer la Matemática, además de ser satisfactorio, es necesario para poder interactuar con fluidez y eficacia en un mundo “matematizado”, pero la mayoría de las actividades cotidianas requieren de decisiones basadas en el análisis y la interpretación de resultados y por ende la utilización de las matemáticas.

Por ejemplo, escoger la mejor opción de compra de un producto, entender los gráficos de los periódicos (estadística), establecer concatenaciones lógicas de razonamiento o decidir sobre las mejores opciones de inversión, las operaciones financieras, al igual que interpretar el entorno, los objetos cotidianos, obras de arte, entre otras.

La necesidad del conocimiento matemático crece día a día al igual que su aplicación en otras ciencias y las más variadas profesiones, las destrezas más demandadas en los lugares de trabajo, son en el pensamiento matemático, crítico y en la resolución de problemas pues con ello, las personas que entienden, aplican y pueden “hacer” Matemática, tienen mayores oportunidades y opciones para decidir sobre su futuro.

El aprender Matemática y saber transferir estos conocimientos en los diferentes ámbitos de la vida del estudiante, y más tarde de profesionales, además de aportar resultados positivos en el plano personal, esto genera cambios importantes en la sociedad, siendo la educación el motor del desarrollo de un país, dentro de ésta, el aprendizaje de las Matemáticas es uno de los pilares más importantes.

Primordialmente se enfocará en el aspecto cognitivo, desarrolla destrezas importantes que se aplican día a día en todos los entornos, tales como el razonamiento lógico, pensamiento lógico, pensamiento crítico, la argumentación fundamentada y la resolución de problemas. . (MINISTERIO DE EDUCACIÓN, Fortalecimiento Curricular, 2010)

Los estudiantes del colegio “**AMELIA GALLEGOS DÍAZ**” merecen y necesitan la mejor educación posible en Matemática, lo cual permitirá cumplir sus ambiciones personales y sus objetivos profesionales en la actual sociedad del conocimiento, por consiguiente es necesario que todas las partes interesadas en la educación autoridades, padres de

familia, estudiantes y docentes trabajen en espacios más ligados para la enseñanza - aprendizaje.

2.4 Constructivismo pedagógico

El constructivismo pedagógico, se plantea como una posición filosófica, en dónde se resalta fundamentalmente el conocimiento de todo ser humano, pero no recibe pasivamente del mundo que le rodea, sino que es procesado y construido activamente por el sujeto que conoce.

Igualmente determina que, la función cognoscitiva está plenamente al servicio de la vida del hombre, es una función adaptativa, y en consecuencia lo que permite el conocimiento al conocedor es organizar su mundo, experiencial como el vivencial.

El verdadero y auténtico aprendizaje del ser humano es la formación de cada estudiante que logra modificar su estructura mental, para alcanzar un mayor nivel de diversidad, integración y complejidad.

El verdadero aprendizaje es aquel que contribuye al desarrollo de las personas, pero no se debe confundir el desarrollo, con una simple acumulación de conocimientos, de informaciones dispersas y de datos aislados, el desarrollo de la persona que se forma, es un proceso global e integral, en función de la cual se puede valorar cada aprendizaje particular, como lo han planteado los pedagogos clásicos. (BECERRA, 2005)

2.4.1. Jean Piaget

El constructivismo tiene sus raíces en postulados filosóficos, psicológicos y pedagógicos, en muchos casos divergentes. No obstante, comparten la importancia de la actividad mental constructiva del alumno. La idea principal es que el aprendizaje humano se construye. La mente de las personas elabora nuevos significados a partir de la base de enseñanzas anteriores.

Jean Piaget, es un psicólogo Suizo que comenzó a estudiar el desarrollo humano en los años veinte del Siglo XX. Su propósito fue postular una teoría del desarrollo que ha sido muy discutida entre los psicólogos y los educadores, basado en un enfoque holístico, que postula que el niño construye el conocimiento a través de muchas interacciones. (CÉSAR, 1998)

El constructivismo mantiene que la actividad física y mental, que por naturaleza desarrolla la persona, es justamente lo que le permite desarrollarse progresivamente, sentir, conocerse a sí mismo y a la realidad externa, este proceso de constructivismo progresivo que tiene lugar como resultado de la actividad.

Aplicar este tipo de propuestas conlleva un esfuerzo mayor por parte del maestro al que normalmente está acostumbrado, pues debe romper su esquema de transmisor de conocimientos y convertirse en un organizador, coordinador, asesor y director del proceso de adquisición del conocimiento, proceso que le pertenece primordialmente carteles: la lectura, el escuchar, la exploración y "experienciando" su medio ambiente.

El pionero teórico del constructivismo, el desarrollo se produce unido a los factores de maduración, experiencia, transmisión y equilibrio, dentro de un proceso en el que a la maduración biológica, le sigue la experiencia inmediata del individuo que encontrándose vinculado a un contexto socio - cultural incorpora el nuevo conocimiento en base a unos supuestos previos (transmisión social).

Ocurriendo el verdadero aprendizaje cuando el individuo logra transformar y diversificar los estímulos iniciales, equilibrando internamente en cada alteración cognoscitiva, pasando de la ciencia a la acción y de la acción a la transformación. Según Piaget (1992).

La posición teórica constructivista, es más bien un marco explicativo de la consideración social y socializadora de la educación, que una teoría en su sentido más estricto, pero su concepción integra diversas aportaciones, a fin de constituir un conjunto relacionado de principios desde los cuales es posible diagnosticar, establecer juicios y tomar decisiones fundamentadas en torno al problema de la educación. (RAGNI, 2012)

2.4.2. El constructivismo y educación

Existen propuestas didácticas, basadas en posturas constructivistas, de abordar el Álgebra Básica exclusivamente a través de problemas, al igual que la Estadística, pero el desconocimiento y manejo de la base teórica que puede llevar a una aplicación de éstas en la cual se resuelvan problemas y ejercicios problematizados sin una

sistematización en el trabajo del estudiante, utilizando procesos de tanteo, pero sin alcanzar un verdadero desarrollo.

El no conocer la teoría que le sustenta nos impide, como docentes, aplicarlas como se debiera, eliminándose la posibilidad de un estudio sistemático de su uso, ya que, produce una adaptación ineficiente por las características cambiantes de los grupos de educandos, el conocimiento de la teoría lo que permite su uso, aplicación, implementación, estudio, análisis, la evaluación lo más eficiente y real posible.

No se trata de trabajar menos y delegar toda la responsabilidad del proceso, de su aprendizaje al alumno sino tomar los diferentes materiales existentes para dirigir lo mejor posible al alumno de acuerdo a su propio desarrollo. (CERVANTES, 2012)

2.4.3. Características del maestro constructivista

- a. Utiliza información de fuentes primarias, además de recursos materiales físicos, interactivos y manipulables.
- b. Permite a los estudiantes “pensar” antes de contestar.
- c. Investiga la comprensión de conceptos que tienen sus alumnos, previo a compartir con ellos su propia comprensión de los conceptos.
- d. Usa terminología cognitiva, a saber: clasificar, analizar predecir, crear, inferir, deducir, elaborar, pensar, evaluar y predecir.
- e. Permite que el estudiante dirija el aprendizaje y cambie la estrategia.
- f. Fomenta el diálogo y colaboración entre los alumnos-alumnos, alumnos-docente.
- g. Estimula la curiosidad e interés del estudiante a través de preguntas amplias y valorativas; igualmente, induce al alumno a investigar.
- h. Insiste en que el educando repiense, elabore y complete su respuesta inicial.
- i. Alimenta la curiosidad de los estudiantes a través del uso frecuente del modelo de aprendizaje. (VELÁQUEZ, 2013)

2.4.4. El constructivismo pedagógico según Vygotsky

El conocimiento y el aprendizaje humano, en el constructivismo pedagógico, son el producto de una construcción mental donde el "fenómeno real" se produce mediante la interacción sujeto cognoscente - objeto conocido, siendo desde esta perspectiva la

separación entre investigador e investigado, ya que tanto los datos como los hechos científicos surgen de la interacción ininterrumpida del hombre frente a su entorno.

De esta forma la realidad que nos rodea se traduce como nuestro mundo humano, según la filosofía constructivista este mundo es el producto de la interacción humana con los estímulos naturales y sociales que alcanzamos a procesar con nuestro cerebro, para el constructivismo, el conocimiento humano se origina en la pasividad del cerebro, sino que es construido activamente por el sujeto que conoce en su adaptación con el medio que le rodea.

El constructivismo pedagógico bosqueja que el verdadero aprendizaje humano se origina a partir de las "construcciones" que realiza cada alumno para lograr cambiar su estructura y conocimientos previos, con la finalidad de lograr un mayor nivel de conocimientos.

Este aprendizaje es lo opuesto a la mera acumulación de conocimientos que postula la educación como sistema transmisor de datos y experiencias educativas aisladas del contexto. El Constructivismo postula como verdadero aprendizaje aquel que contribuye al desarrollo de la persona, por ello es marginal a un desarrollo cultural contextualizado.

Lev Vygotsky, enfatiza que la influencia de los contextos sociales y culturales es la apropiación del conocimiento y ubica gran énfasis en el rol activo del maestro mientras que las actividades mentales de los estudiantes se desarrollan "naturalmente", a través de varias rutas de descubrimientos: la construcción de significados, los instrumentos para el desarrollo cognitivo y la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).

Su concepto básico es el de la ZDP, según la cual cada estudiante es capaz de aprender una serie de aspectos que tienen que ver con su nivel de desarrollo, pero existen otros fuera de su alcance que pueden ser asimilados con ayuda de un docente, en este tramo entre lo que el estudiante puede aprender por si solo y lo que puede aprender con ayuda de otros, es lo que se denomina Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).

En este sentido la teoría de Vygotsky atribuye al docente un papel esencial al considerarlo facilitador del desarrollo de estructuras mentales en el estudiante para que sea capaz de construir aprendizajes más complejos. Se enfatiza y se valora, la importancia de la interacción social en el aprendizaje; el estudiante aprende más

eficazmente cuando lo hace en forma cooperativa; así: oigo y olvido, veo y recuerdo, y hago y aprendo.

Vygotsky propone también la idea de la doble formación, al defender de toda función cognitiva aparece primero en el plano interpersonal y posteriormente se reconstruye en el plano intrapersonal; es decir, se aprende interacción con los demás y se produce el desarrollo cuando internamente se controla el proceso, integrando nuevas capacidades a la estructura cognitiva existente.

La interacción entre los estudiantes y los adultos se produce a través del lenguaje, por lo que verbalizarlos los pensamientos lleva a reorganizar las ideas, lo que facilita el desarrollo y hace que sea necesario propiciar interacciones en el aula, cada vez más ricas, estimulantes y saludables.

Las grandes contribuciones de Vygotsky, tienen gran significado para la teoría constructivista y han logrado que el aprendizaje no sea considerado como una actividad individual y por lo contrario sea entendido como una construcción social, pero el punto de partida es la responsabilidad de los docentes y el de llegada será el estudiante, con la consiguiente retirada del maestro. (CONSTRUCTIVISTAS, 2011)

2.5. Utilización de estrategias metodológicas

La utilización de las estrategias educativas, se refieren a operaciones mentales que facilitan y desarrollan los diversos procesos de aprendizaje. Se lleva a cabo la organización, procesamiento y retención de aquella información que se quiere potenciar y favorecer la construcción de un aprendizaje significativo en los estudiantes.

2.5.1. ¿Qué es una estrategia?

Una estrategia es un conjunto de acciones que se llevan a cabo para lograr un determinado fin. Para que una actividad se constituya en una estrategia metodológica se debe tomar en cuenta los siguientes elementos: En el área de la educación, se habla de estrategias de enseñanza y aprendizaje para referirse al conjunto de técnicas que permiten y ayudan a mejorar el proceso educativo. (GUSTAVO, 2013)

2.5.2. ¿Qué es una técnica didáctica?

Al hablar de una técnica didáctica, pensamos en un sentido de eficacia y de logro; para conseguir el objetivo propuesto por medios más adecuados a los específicamente naturales. Dentro del proceso de una técnica pueden existir diferentes actividades necesarias para la consecución de los resultados que se esperan, pero estas actividades son aún más parciales y específicas que la técnica.

El concepto de técnica didáctica suele también aplicarse mediante términos tales como estrategia didáctica o método de enseñanza, a su vez existe una gran cantidad de técnicas didácticas, al igual que viven en diferentes formas de clasificarlas. La técnica incide por lo general en una fase o tema del curso que se imparte pero puede ser también adoptada como estrategia si su diseño impacta al curso en general.

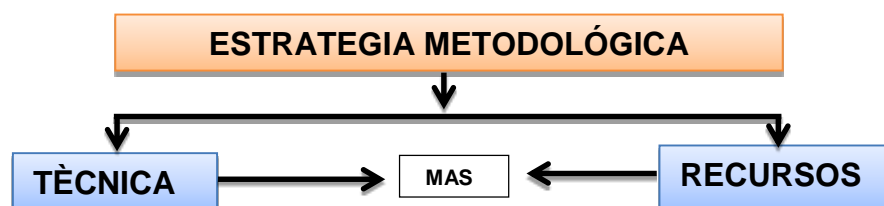
2.5.3. ¿Qué son los recursos didácticos?

Los recursos didácticos son todos aquellos medios empleados por el docente para apoyar, complementar, acompañar o evaluar el proceso educativo que dirige u orienta; Abarca una amplísima variedad de técnicas, estrategias, instrumentos y materiales, que van desde la pizarra y el marcador hasta los videos.

Estos recursos didácticos ayudan al docente a cumplir con su función educativa. A nivel general puede decirse que estos recursos aportan información, sirven para poner en práctica lo aprendido y, en ocasiones, hasta se constituyen como patrones guías para los alumnos.

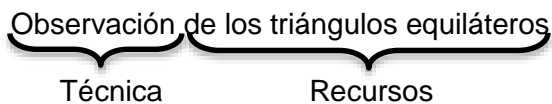
Los recursos didácticos son todo aquel medio material (proyector, libro físico y electrónico, texto, video) o conceptual (ejemplo, simulación) que se utiliza como apoyo en la enseñanza, normalmente presencial, con la finalidad de facilitar o estimular el aprendizaje.

Figura 2-1 Mapa conceptual de estrategia metodológica

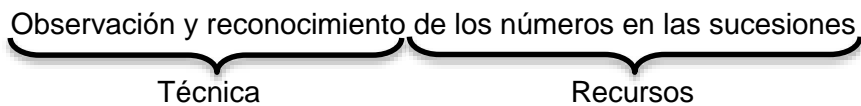


Elaborado por: Cunachi O. 2 014 – 01 – 02

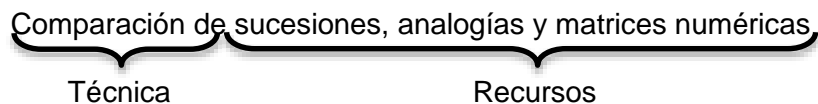
Ejemplo 1



Ejemplo 2



Ejemplo 3



2.6. Aplicación didáctica de una estrategia

¿Qué es una estrategia activa de aprendizaje?. La estrategia activa es una forma de enseñar y permite que el estudiante participe de forma dinámica en el proceso de aprendizaje, éste se ve como el eje principal del proceso.

El aprendizaje obtenido es más significativo que usando el método tradicional de enseñanza. Por su parte la estrategia participativa es muy significativa ya que permite que el alumno aprenda por decisión propia, el participante ocupa un lugar central en el proceso de aprendizaje dejando al maestro como un guía. (CARRETERO J. , 2008)

2.6.1. Identificar las estrategias 1

Resolver varios problemas, partiendo de situaciones reales y observables de los estudiantes, el medio que le permite actuar, utilizando el procedimiento para su resolución se aplicará lo siguiente:

- a.** Formar grupos de trabajo en los estudiantes.
- b.** Lectura comprensiva del enunciado de cada problema, entender el problema.
- c.** Selección de datos que sean útiles para la resolución de problemas.
- d.** Especificación de datos que se pretenden conseguir (incógnitas).
- e.** Realizar de una representación gráfica de cada situación planteada.
- f.** Utilizar cálculo mental de las operaciones aritméticas básicas.
- g.** Verbalizar los resultados da cada problema.

- h. Verificación de las relaciones buscadas.
- i. Comparar las relaciones encontradas con los demás grupos de trabajo. (DÍAZ-HERNÁNDEZ, Estrategias, 1999)

2.6.2. Identificar las estrategias 2

La ejecución de las estrategias de aprendizaje ocurre en asociación con otros tipos de recursos y procesos cognitivos que dispone a todo estudiante.

- a. **Procesos cognitivos básicos:** son todas aquellas operaciones y procesos involucrados en el procesamiento de la información como: atención, percepción, codificación, almacenamiento y recuperación.
- b. **Base de conocimientos:** se refiere al bagaje de conceptos y principios que poseemos, el cual está organizado en forma de un reticulado jerárquico.
- c. **Conocimiento estratégico:** este tipo de conocimiento tiene que ver directamente con lo que hemos llamado aquí estrategias de aprendizaje. Para Brown lo describe: cómo saber y cómo conocer.
- d. **Conocimiento metacognitivo:** describe al conocimiento que poseemos sobre qué y cómo lo sabemos, así como el conocimiento que tenemos sobre nuestros procesos, además las operaciones cognitivas cuando aprendemos, recordamos o solucionamos problemas. (DÍAZ-HERNÁNDEZ, Aprendizaje Significativo, 1999)

2.6.3. Identificar las estrategias 3

Las estrategias activas y participativas de aprendizaje conducen al estudiante hacia la memoria comprensiva y le convierten en el principal protagonista del proceso educativo.

Estas técnicas activas se fundamentan en el razonamiento permanente, para descubrir las relaciones causa - efecto de las cosas y arribar hacia un aprendizaje que les sirvan para la vida, también se basan en el desarrollo del pensamiento crítico como del pensamiento creativo, la actividad del aprendizaje está centrada en la actividad de los estudiantes.

- a. **Método de problemas:** este método didáctico está basado en las propiedades de la apropiación creativa del conocimiento, de tal manera que los estudiantes se conviertan en su mente en una máquina de razonamiento lógico.
- b. **Método de casos:** es una técnica de aprendizaje activa, centrada en la investigación del estudiante sobre un problema real y específico que ayuda al alumno a adquirir la base para un estudio inductivo. Parte de la definición de un caso concreto para que el alumno sea capaz de comprender, conocer y analizar todo el contexto.
- c. **Portafolio:** es un método de enseñanza - aprendizaje y evaluación que consiste en la aportación de producciones de diferente índole por parte del estudiante a través de las cuáles se pueden cuantificar sus capacidades en el marco de una asignatura.
- d. **Mapas mentales:** es la representación gráfica de la relación lógica y significativa que se dan entre los conceptos de un tema en forma de proposiciones, pero este recurso permite visualizar ideas, conceptos y las relaciones jerárquicas entre ellos, además facilita organizar información, sintetizarla y presentarla gráficamente
- e. **Debate:** es un acto de comunicación que consiste en la discusión de un tema entre dos o más personas, tiene un carácter argumentativo y está generalmente dirigido por una persona que asume el rol de moderador, para que de este modo todos los participantes en el mismo tengan garantizada la formulación de su opinión aunque no se trate de una disputa que busca un ganador. (DÍAZ-HERNÁNDEZ, Estrategias Activas, 1992)

2.6.4. Identificar las estrategias 4

Las estrategias de enseñanza que el docente debe emplear con la gran intención de facilitar el aprendizaje significativo en los estudiantes y son:

- a. **Propósitos de aprendizaje:** generar expectativas apropiadas, enuncie varias condiciones: tipo de actividad y forma de evaluación en los estudiantes.
- b. **Resumen:** enfatiza varios conceptos básicos, principios, definiciones y sintetiza, abstrae toda la información relevante.

- c. **Organizador Previo:** es la información de tipo introductorio y contextual que permite lo cognitivo entre la nueva información y la previa.
- d. **Ilustraciones:** es una representación visual de los conceptos, definiciones, objetos de una teoría a temas específicos como: fotografías, dibujos, esquemas, gráficas, dramatizaciones, videos.
- e. **Analogías:** relaciones aritméticas que indican que una cosa o evento; sea semejante a otro; desconocido, abstracto y complejo.
- f. **Preguntas intercaladas:** son aquellas que mantienen la atención, favorecen la práctica, la retención y la obtención de información muy relevante.
- g. **Pistas gráficas:** son señalamientos que se hacen en un texto de enseñanza para enfatizar y organizar los elementos relevantes del contenido para aprender.

2.7. Actividades y características del pensamiento lógico

El pensamiento lógico se desprende de las relaciones entre los objetos y procede de la propia producción del individuo. Surge a través de la coordinación de las relaciones que previamente ha creado entre los objetos.

Se debe tener en cuenta que las diferencias y semejanzas entre los objetos sólo existen en la mente de aquel que pueden crearlas. Por eso el conocimiento lógico no puede enseñarse de forma directa, pero sí se desarrolla mientras el sujeto interactúa con el medio ambiente.

2.7.1. Actividades del pensamiento lógico

Proceso de actividades del pensamiento lógico más concretas para iniciar con los estudiantes son:

- a. Buscar un espacio adecuado para disponer de una buena actitud.
- b. Generar motivación y creatividad, reflexión sobre las ventajas de una buena agilidad mental.
- c. Realizar diferentes actividades de acuerdo a sus edades.

- d. Material didáctico: entregar material didáctico a los educandos para que lo manipulen, observen su forma, color y tamaño e inicien a crear e imaginar.

2.7.2. Características del pensamiento lógico

- a. El pensamiento lógico es simplemente el arte de ordenar la matemática, y expresarlas a través del sistema lingüístico.
- b. El pensar lógicamente se caracteriza porque opera mediante conceptos y razonamientos.
- c. El pensamiento lógico es lo que cada día un individuo posee y lo va desarrollando conforme va aprendiendo en la notación de los problemas.
- d. El pensar siempre responde a una motivación, que puede estar originada en el ambiente natural, social y cultural o en el sujeto pensante.
- e. El pensar es una resolución de problemas, esto permite la necesidad de llegar a la respuesta.
- f. El proceso del pensar lógico siempre sigue una determinada dirección lo que se busca es la solución de un problema.
- g. El proceso de pensar se presenta como una totalidad coherente, organizada, en lo que respecta a sus diversos aspectos, modalidades, elementos y etapas.
- h. Las personas poseen una tendencia de equilibrio, tiene una especie de impulso hacia el crecimiento, pero existe una serie de condiciones que pueden impedir esta tendencia, el aprendizaje de un concepto negativo de sí mismo. (FERNÁNDEZ J. , 2013)

2.8. Formación de capacidades que favorezcan al desarrollo lógico matemático

El razonamiento lógico matemático permite desarrollar destrezas que se refieren a la habilidad de solucionar situaciones nuevas de las que no se conoce, pero es necesario previamente conocer un método mecánico de resolución, este razonamiento incluye las capacidades: identificar, relacionar, operar y comparar. (OLVERA, 2008)

El pensamiento lógico del niño en el nivel inicial nos plantea la siguiente interrogante: ¿Cómo son sus procesos de apropiación del mundo exterior?.

Tiene como intención el poder abordar el tema de las operaciones del pensamiento en todas sus dimensiones.

La importancia del pensamiento infantil, en la actualidad es un tema trascendental en el contexto educativo, por cuanto constituye y significa conocer las herramientas cognitivas que el individuo debe desarrollar para desenvolverse en el presente, proyectarse al futuro del ámbito cultural y social.

Por tanto, Piaget, reconoce tres tipos de conocimiento como son: conocimiento físico, lógico - matemático y social.

El conocimiento físico: es el conocimiento que se adquiere a través de la interacción con los objetos. Este conocimiento es el que adquiere el niño a través de la manipulación de los objetos que están a su alrededor y que forman parte de su interacción con el medio que le rodea.

Ejemplo: Es cuando el niño manipula los objetos que se encuentran en el aula y los diferencia por textura, color, peso, etc.

El lógico – matemático: es el que construye el niño al relacionar las experiencias obtenidas en la manipulación de los objetos.

Por ejemplo: al diferenciar una textura áspera con una textura lisa y establece que son diferentes.

Según Piaget esto surge de una “abstracción reflexiva”; ya que este conocimiento no es observable y es el niño quien lo construye en su mente a través de las relaciones con los objetos, de allí que este conocimiento posee características propias que lo diferencian de otros conocimientos.

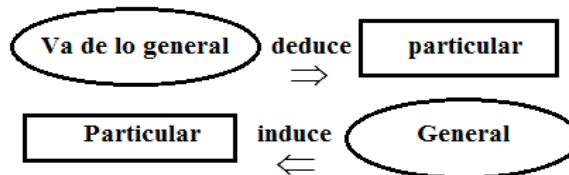
El social: es un conocimiento arbitrario, basado en el consenso social, el conocimiento que adquiere el niño al relacionarse con otros niños o con el docente en su relación niño - niño y niño – adulto y este conocimiento tiene la finalidad de fomentar la interacción grupal.

2.8.1. Razonamiento deductivo

El razonamiento deductivo es aquel tipo de razonamiento que parte del todo, de una premisa general, hacia lo particular, es decir, de algo que es general va deduciendo conclusiones particulares.

Cabe destacar, este razonamiento deductivo será considerado como válido siempre y cuando la conclusión a la cual se llegó se derive de la premisa de la cual se inició. Por ejemplo: todos los hombres poseen sentimientos, Raúl es un hombre, entonces Raúl tiene sentimientos. (DICCIONARIO, Razonamiento Deductivo, 2007)

Figura 2-2 Razonamiento deductivo e inductivo



Elaborado por: Cunachi O. 2 014 - 01 - 02

2.8.2. Razonamiento inductivo

El razonamiento inductivo, es un proceso en el que se razona partiendo de lo particular para llegar a lo general y se utiliza para observar datos, reconocer patrones iniciales. (DICCIONARIO, Razonamiento inductivo, 2013)

2.8.3. Razonamiento analógico

El razonamiento analógico es una modalidad de razonamiento que permite obtener una conclusión a partir de sus premisas en las que se establece una similitud o analogía entre elementos o conjuntos de elementos distintos, por lo tanto éste va de particular en particular.

2.8.4. El razonamiento lógico matemático

El razonamiento lógico matemático permite desarrollar destrezas que se refieren a la habilidad de solucionar situaciones nuevas de las que no se conoce, de antemano se aplica un método mecánico de resolución. (CANALS, 2008)

- a. Escuchar, analizar y comprender mensajes orales, gráficos, escritos que expresen situaciones a resolver tanto de la vida real.
- b. Desarrollar la curiosidad por la exploración, la iniciativa, el espíritu de búsqueda usando actividades basadas en el tanteo como la reflexión.
- c. Relacionar los conocimientos matemáticos adquiridos con los problemas, juegos matemáticos para resolverlos, principalmente en un entorno real.

- d. Escoger y utilizar los recursos didácticos matemáticos apropiados.
- e. Aplicar un lenguaje matemático adecuado para resolver una situación.
- f. Desarrollar la capacidad de razonamiento lógico–matemático para adquirir una estructura mental de acuerdo a la edad de cada individuo.
- g. A partir del juego, sentirse motivado por la actividad matemática.
- h. Dominar algunas técnicas de resolución de problemas, esto les permitirán desenvolverse mejor en la vida cotidiana.

2.8.4.1. ¿Qué es el razonamiento lógico?

Razonamiento lógico. Se refiere a los procesos que permite llevar la idea o solución que se les conocen como premisas y la idea o solución se llama conclusión, pero las premisas están encadenadas y le pueden llevar a una conclusión verdadera (V) o falsa (F). (DICCIONARIO, Preguntas, 2005)

Razonamiento es una facultad del ser humano que le permite resolver un problema, para ello el ser humano recurre a una serie de procesos mentales que le facilita llegar a una idea, esta idea a su vez es la solución del problema y cuando aplicamos este proceso decimos que usamos la razón. (RODOLFO, 2012)

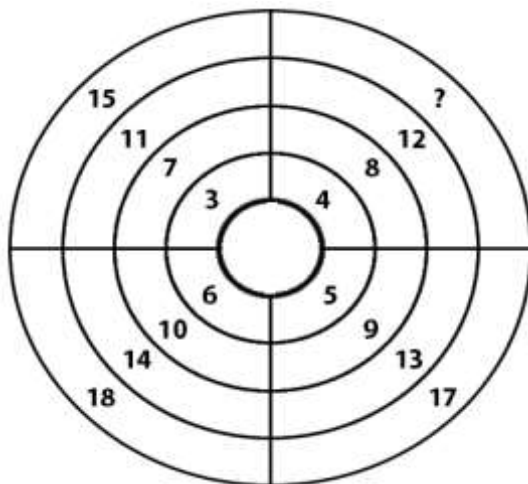
2.8.4.2. ¿Qué es el razonamiento lógico matemático?

El razonamiento lógico matemático, se refiere a la cadena de pensamientos que se ordenan en la mente, de tal manera que sirve para llegar a una conclusión. (RODOLFO, 2012)

Por ejemplo

¿Cuál es el número que falta en el espacio vacío de círculos concéntricos?.

Figura 2-3 Sucesión numérica en círculos concéntricos



Elaborado por: Cunachi O. 2 014 – 01 - 04

La gráfica nos permite observar los cinco círculos concéntricos, uno está sin dividir, cuatro de ellos que se dividen en partes iguales y se ubican diferentes números. Sin embargo, es posible obtener una respuesta falsa cuando se aplica mal las deducciones o verdadera cuando hacemos bien, pero, la gran diferencia en este tipo de razonamiento es el uso de la herramienta matemática por excelencia, la Aritmética.

Una vez que se ha encontrado el valor pedido, formamos las cuatro sucesiones diferentes y son:

S1. 3, 7, 11, 15...

S2. 6, 10, 14, 18...

S3. 5, 9, 13, 17...

S4. 4, 8, 12, ?

2.8.5. El razonamiento para solucionar problemas matemáticos.

La capacidad de resolver problemas matemáticos es la eficacia y agilidad para dar soluciones a problemas detectados, iniciando las acciones correctas, con sentido común e iniciativa.

Esta cualidad “supone” tomar acciones de manera activa ante las dificultades, sin pérdida de tiempo, atendiendo a las soluciones que marca el sentido común, pensando en las consecuencias que pueden tener en un plazo más amplio.

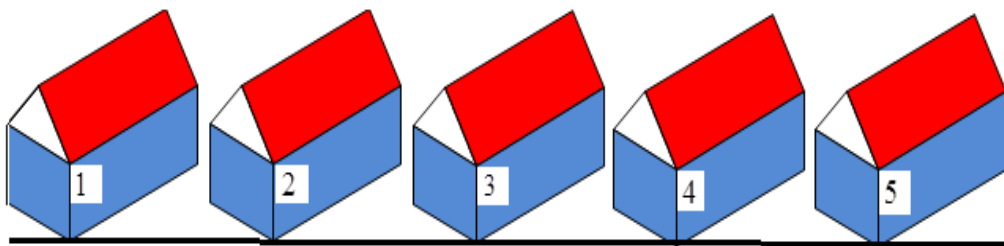
Los pasos a seguir para solucionar problemas son:

1. Definir el problema.
2. Buscar alternativas de solución.
3. Valorar las consecuencias positivas y negativas de cada alternativa.
4. Elegir la más conveniente e implantar.

Además implica otras habilidades que actúan paralelamente como la creatividad, la búsqueda de información, toma de decisiones, trabajo en equipo y flexibilidad.

Ejemplo

Ilustración 2-1 Conjunto de casas para el análisis



Elaborado por: Cunachi O. 2 014 – 01 - 05

En la avenida de la Circunvalación hay cinco casas, numeradas de la siguiente manera: 1, 2, 3, 4 y 5 que están casi en línea recta. Cuatro encuestadores P, Q, R y T deben visitar, cada una, o bien una de las cinco casas.

Analice la siguiente información:

- Los encuestadores P y Q estuvieron separados por una casa.
- Los encuestadores R y T estuvieron separados por dos casas.
- La misma casa no pudo haber sido visitada simultáneamente por dos encuestadores.

De acuerdo con la información dada. ¿Cuáles son las casas que no pudieron ser visitadas?.

Soluciones:

- a. Las casas 1 y 3
- b. Las casas 2 y 4 *
- c. Las casas 3 y 4
- d. Las casas 3 y 5

2.8.6. Desarrollo de las fases para la resolución de un problema.

1. Comprender el problema

Conviene señalar que este aspecto es de vital importancia, sobre todo cuando van a resolver los problemas matemáticos, es necesario que los estudiantes realicen análisis de textos y se les pide que profundicen en la información recibida, para ello se debe delimitar el problema que van a resolver.

Se sugiere que los estudiantes conozcan los siguientes aspectos:

- a. Lea el enunciado pausando.
- b. Señale cuáles son los datos, qué conoce del problema.
- c. Indique cuáles son los elementos que debe investigar y profundizar.
- d. Escriba y busque la relación entre los datos e incógnitas.
- e. Elabore un mapa conceptual o un esquema de la situación.

2. Trazar un plan para resolverlo

Esto invita a generar caminos diversos, flexibles, por tanto, queda fuera todo reduccionismo o mecanicismo.

Estas interrogantes pueden orientar este punto:

- a. ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?.
- b. ¿Se puede plantear el problema de otra forma?.
- c. ¿Cómo se relaciona la acción de llegada con la de partida?.
- d. ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?.

3. Poner en práctica el plan

En esta fase hay que plantear de una manera flexible, alejada de todo mecanicismo y se debe tener presente que el pensamiento no es lineal, necesariamente se van a producir saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica. En esta fase se recomienda los siguientes aspectos:

- a. Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
- b. Se puede ver claramente que cada paso sea el correcto.
- c. Antes de hacer algo se debe pensar: ¿Qué se consigue con esto?.
- d. Usar una relación matemática, dando una explicación, verbalizando.

¿Qué se hace?. Informa un integrante del grupo la relación matemática que va a utilizar en ese plan.

¿Para qué sirve?. Se puede calcular el tiempo que se demoraron en buscar las relaciones (estudiantes son rápidos y otros más lentos) ya que en educación no todos aprenden al mismo ritmo.

- e. Cuando se tiene alguna dificultad, se debe regresar al principio, reordenar las ideas, buscar un nuevo camino para su resolución, subrayar los errores encontrados y probar de nuevo.

4. Comprobar los resultados

Comprobar los resultados con el contexto sugerido, este resultado obtenido irá a partir del modelo del problema aplicado, esto supone que:

- a. Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha buscado.
- b. Se debe analizar la solución. ¿Parece lógicamente posible?.
- c. ¿Es posible comprobar la solución?.
- d. ¿Hay alguna otra forma de resolver el problema?.
- e. ¿Es posible encontrar alguna otra solución?.
- f. Acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha realizado.
- g. ¿Es posible utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas?.

Resolver problemas invita a "utilizar recursos", a situarse en un nivel metacognitivo, nivel que diferencia a quienes resuelven bien problemas de aquellos que aún no lo logran, pero es necesario enseñar a los estudiantes para utilizar los instrumentos que conocen y deben aplicarlos.

Las estrategias más frecuentes que se utilizan en la resolución de los problemas, según Fernández son:

- a. Ensayo - error.
- b. Empezar por lo fácil, resolver un problema semejante más sencillo.
- c. Descomponer el problema en pequeños problemas (simplificar).
- d. Resolver problemas de sucesiones, analogías y matrices numéricas.

- e. Seguir un método de fácil comprensión (organización).
- f. Usar esquemas, tablas, dibujos (representación gráfica).
- g. Utilizar una técnica adecuada: verbal, algebraico, gráfico, numérico.
- h. Variar las diferentes relaciones y buscar la regla.
- i. Deducir y sacar conclusiones.
- j. Buscar posibles conjeturas.
- k. Reformular el problema.
- l. Empezar por el inicio o el final del problema.
- m. Dar a conocer los errores existentes de las soluciones. (FERNÁNDEZ, 1992)

2.9. Pensamiento numérico

¿Qué comprende el pensamiento numérico? Este comprende los números y sus múltiples relaciones aritméticas, reconoce las magnitudes relativas de los números, desarrollan puntos de referencia para cantidades y medidas junto con la habilidad, la inclinación para usar la comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones aritméticas. (DELGADO, 2012)

2.9.1. Características del pensamiento numérico

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente, va evolucionando a medida que los estudiantes tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos.

¿Qué sistema lo soporta? Al pensamiento numérico lo soporta el sistema numérico, que conforma un conjunto de símbolos y reglas que permiten construir todos los números válidos y ayuda a la comprensión profunda y fundamental del conteo, del concepto de número y las relaciones aritméticas, los sistemas numéricos y sus estructuras.

2.9.2. Sucesiones numéricas.

¿Qué es una sucesión? Es un conjunto ordenado de números naturales y en cada una de éstas corresponde un valor distinto y ocupa una posición concreta. Su definición

es:

$$a_n : N \rightarrow R$$

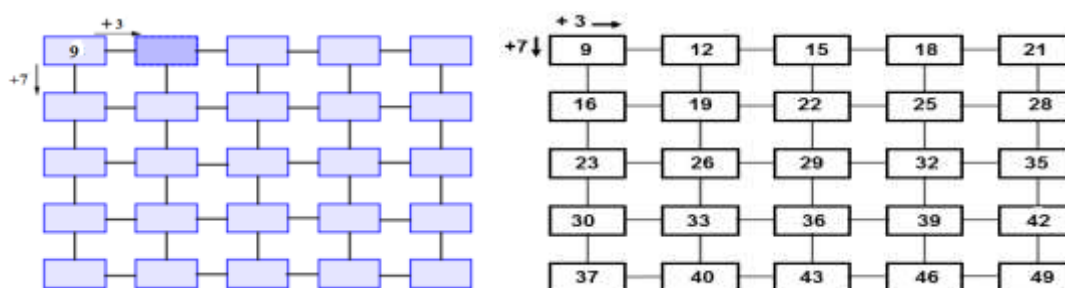
$$n \rightarrow a_n$$

Para completar la tabla 2-1 y formar un conjunto de sucesiones numéricas:

- Observar las flechas: derecha y hacia abajo, según indica la figura 3.
- Aplicar la adición (+3) en cada fila (horizontal).
- Aplicar la adición (+7) en cada columna (vertical).
- Forma una sucesión de cada fila (horizontal).
- Forma una sucesión de cada columna (vertical).
- ¿Cuántas sucesiones se pueden formar?.

Ejemplo

Figura 2-4 Matriz para la formación de sucesiones



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 - 01 - 04

Tabla 2-1 Formación de sucesiones numéricas de filas y columnas

	C(1)	C(2)	C(3)	C(4)	C(5)	SUMA
F(1)	9	12	15	18	21	75
F(2)	16	19	22	25	28	110
F(3)	23	26	29	32	35	145
F(4)	30	33	36	39	42	180
F(5)	37	40	43	46	49	215
SUMA	115	130	145	160	175	725

Elaborado por: Cunachi O. 2 104 - 01 - 04

Adición de cada una de las filas:

F(1) $9 + 12 + 15 + 18 + 21 = 75$; sucesión dada.

F(2) $16 + 19 + 22 + 25 + 28 = 110$; sucesión generada.

F(3) $23 + 26 + 29 + 32 + 35 = 145$; sucesión generada.

F(4) $30 + 33 + 36 + 39 + 42 = 180$; sucesión generada.

F(5) $37 + 40 + 43 + 46 + 49 = 215$

Adición de cada una de las columnas:

C(1) $9 + 16 + 23 + 30 + 37 = 115$; sucesión dada.

C(2) $12 + 19 + 26 + 33 + 40 = 130$; sucesión generada.

C(3) $15 + 22 + 29 + 36 + 43 = 145$; sucesión generada.

C(4) $18 + 25 + 32 + 39 + 46 = 160$; sucesión generada.

C(5) $21 + 28 + 35 + 42 + 49 = 175$; sucesión generada.

Adición de cada una de las diagonales:

D(1) $9 + 19 + 29 + 39 + 49 = 145$

D(2) $21 + 25 + 29 + 33 + 37 = 145$

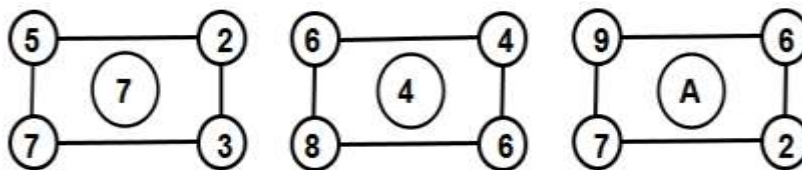
Se concluye que, si adicionamos las filas y las columnas dan cantidades iguales (**725**), además la adición de las diagonales es igual a **145**.

2.9.3. Analogías numéricas.

Son arreglos numéricos donde el objetivo primordial es buscar la cantidad desconocida que le falta en el interior o exterior de una figura que forman parte de dichos arreglos de números. Dispone una misma relación matemática, la cual se hallará utilizando los valores numéricos que se encuentran en la figura.

1. Encuentra el valor de “A”, si se sabe que:

Figura 2-5 Diagrama de una analogía numérica en círculos



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 05

Solución 1: Buscamos la relación en la primera y segunda figura.

Figura 1 $(5 + 7) - (2 + 3) = 12 - 5 = 7$

Figura 2 $(6 + 8) - (4 + 6) = 14 - 10 = 4$

Figura 3 $(9 + 7) - (6 + 2) = 16 - 8 = A$, entonces, $A = 8$

REGLA: Si adicionamos las cantidades de la columna y restamos la suma de las cantidades de la segunda columna en cada figura 4, se tiene el valor de A.

Solución 2: Buscamos otra posible solución al problema (1) se tiene:

Figura 1 $(5 - 2) + (7 - 3) = 3 + 4 = 7$

Figura 2 $(6 - 4) + (8 - 6) = 2 + 2 = 4$

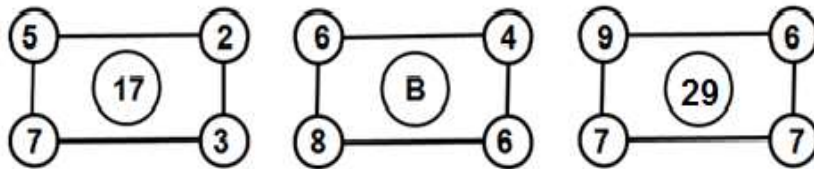
Figura 3 $(9 - 6) + (7 - 2) = 3 + 5 = A$, entonces, $A = 8$

REGLA: Si restamos las cantidades de la primera fila, más la diferencia de las cantidades de la segunda fila, entonces se encuentra el valor de A y se ha utilizado todos los números que están en la figura 5.

Se ha utilizado dos reglas diferentes, pero su resolución y tiene igual respuesta.

2. Encuentra el valor de “B”, si se sabe que:

Figura 2-6 Diagrama de una analogía numérica en círculos



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 05

Solución: Buscamos la relación en la figura.

Figura 1 $(5 + 7) + (2 + 3) = 12 + 5 = 17$

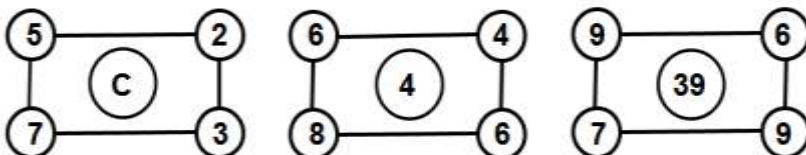
Figura 3 $(9 + 7) + (6 + 7) = 16 + 13 = 29$

Figura 2 $(6 + 8) + (4 + 6) = 14 + 10 = B$, entonces, $B = 24$

Regla: Se adicionan las cantidades de las dos filas y de las dos columnas de cada figura, finalmente se encuentra el valor de B.

3. Encuentra el valor de “C”, si se sabe que:

Figura 2-7 Diagrama de una analogía numérica en círculos



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 06

Analizamos y encontramos la relación de la figura.

Figura 2 $(6) (6) - (8) (4) = 36 - 32 = 4$

Figura 3 $(9)(9) - (7)(6) = 81 - 42 = 39$

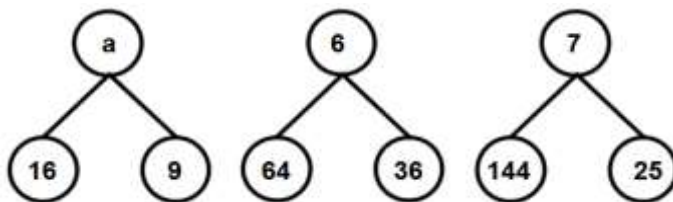
Figura 1 $(5)(3) - (7)(2) = 15 - 14 = C$, entonces, $C = 1$

Solución:

Se multiplican los términos de la diagonal principal, menos el producto de los términos de la diagonal secundaria.

4. Encuentra el valor de “a”, si se sabe que:

Figura 2-8 Diagrama de una analogía numérica.



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 06

Observamos y encontramos la relación.

Figura 3: $\sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$, restando 6, $13 - 6 = 7$

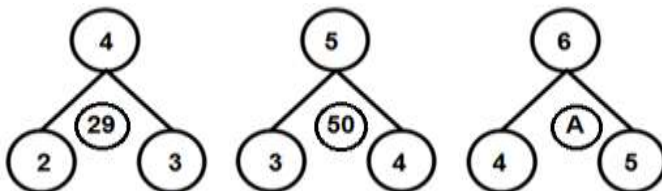
Figura 2: $\sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$, restando 4, $10 - 4 = 6$

Figura 1: $\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$, restando 2, $5 - 2 = 3$, entonces, $a = 3$

Solución: Se adiciona los números de la base (figura), es la raíz cuadrada de la suma de sus cantidades, extraemos la raíz cuadrada a este valor realizamos la sustracción de 6, 4 y 2 respectivamente.

5. Encuentra el valor de “A”, si se sabe que:

Figura 2-9 Diagrama de una analogía numérica.



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 10

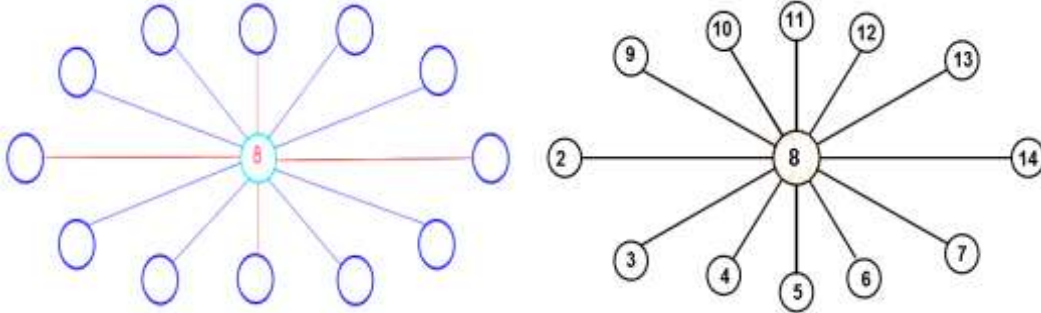
Encontramos la relación.

Figura 1: $(2)^2 + (4)^2 + (3)^2 = 4 + 16 + 9 = 29$

2. Sea el conjunto $B = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 \}$

Distribuya los números del conjunto B, de manera que la adición es cada línea sea 24.

Figura 2-11 Distribución numérica en los círculos



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 08

Se tiene trece círculos, seis líneas cada una de ellas se debe completar tres números diferentes y existe el número ocho de referencia para cada línea.

Solución:

Escribiendo de izquierda a derecha (horizontal): $2 + 8 + 14 = 24$, siguiendo en contra las manecillas de reloj, queda: $3 + 8 + 13 = 24$, a continuación se escribe: $4 + 8 + 12 = 24$, en la vertical, de arriba hacia abajo: $5 + 8 + 11 = 24$, seguidamente, $6 + 8 + 10 = 24$, y en la última línea se tiene: $7 + 8 + 9 = 24$.

Entonces, sí cumple con la condición pedida, que la adición sea 24.

El mismo conjunto $B = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 \}$, se puede realizar la adición sin necesidad de usar el gráfico dado, pero tiene la cualidad de separar el número ocho (centro), luego adicionamos de la siguiente manera:

Solución:

$$2 + 14 = 16 + 8 = 24$$

$$3 + 13 = 16 + 8 = 24$$

$$4 + 12 = 16 + 8 = 24$$

$$5 + 11 = 16 + 8 = 24$$

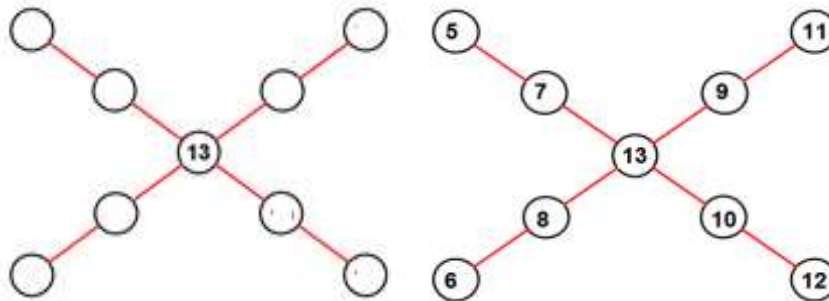
$$6 + 10 = 16 + 8 = 24$$

$$7 + 9 = 16 + 8 = 24$$

3. Sea el conjunto $C = \{ 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 \}$

Distribuya los de números, de manera que la adición en cada línea sea 47.

Figura 2-12 Distribución numérica en círculos



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 08

Solución:

Se observar que la figura tiene 9 círculos, donde se debe distribuir los números del conjunto C, como referencia está el número 13 para las dos filas, consideremos dos diagonales (principal y secundaria).

La distribución en la diagonal principal es:

$$D(1) \quad 5 + 7 + 13 + 10 + 12 = 47$$

La distribución en la diagonal secundaria es:

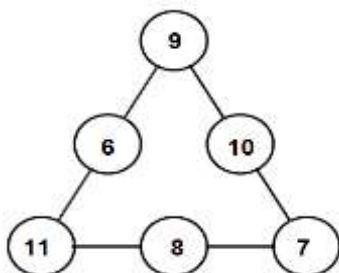
$$D(2) \quad 6 + 8 + 13 + 9 + 11 = 47$$

Adicionando cada diagonal, vemos que sí cumple la condición pedida, pero se puede intercambiar las filas y los números excepto el 13.

4. Sea el conjunto $D = \{ 6, 7, 8, 9, 10, 11 \}$.

Distribuir los números del conjunto D, de forma que la adición de cada línea del triángulo sea 26.

Figura 2-13 Distribución numérica en un triángulo



Solución: Se observa la figura que tiene forma de un triángulo y consta de seis círculos, en la parte superior está el número 9. Se inicia por la parte superior, se distribuye de izquierda a derecha en la parte intermedia, representa el 6 y 10.

Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 10

Finalmente en la base del triángulo con los números: 11, 8 y 7. Entonces, se tiene:

Línea 1 $11 + 6 + 9 = 26$

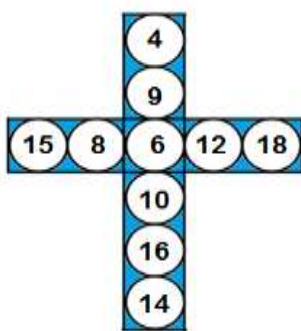
Línea 2 $9 + 10 + 7 = 26$

Línea 3 $11 + 8 + 7 = 26$

5. Sea el conjunto: $E = \{ 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 \}$

Ubicar en cada círculo los números compuestos del conjunto E, de modo que la suma vertical y horizontal sea igual a 59 de la siguiente figura.

Figura 2-14 Distribución numérica



Solución: Se observa la figura, representa a una cruz, existe cinco círculos en la horizontal, en el centro está el número 6; seis círculos contiene la vertical, además se observa que tiene el 6 y el 14 distribuidos, como referencia.

Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 10

Procedemos a ubicar, primero la horizontal y luego la vertical; se tiene:

Horizontal: $15 + 8 + 6 + 12 + 18 = 59$

Vertical: $4 + 9 + 6 + 10 + 16 + 14 = 59$

En tal virtud, si cumple la condición que la adición de la (línea) horizontal (línea) y vertical (línea), sea igual a 59.

2.10. Razonamiento abstracto

Se llama razonamiento abstracto al resultado de la actividad mental de razonar; es decir, un conjunto de proposiciones enlazadas entre sí que dan apoyo y justifican una idea y corresponde con la actividad verbal de argumentar, esto significa que debe expresar verbalmente lo que interpreta el razonamiento.

En un sentido más amplio, calificaremos de abstracto a cualquier contenido que sea considerado como si estuviera separado del resto de contenidos del contexto al que pertenece, por lo que el pensamiento teórico donde predomina la interpretación abstracta de la realidad se lo haya equiparado con el pensamiento metafísico. (EDUCAR, 2008)

2.10.1. Conteo de figuras.

Definición: Es el procedimiento mediante el cual se contabiliza la máxima cantidad de figuras de una determinada especie, tales como segmentos, triángulos, cuadrados, cuadriláteros, sectores circulares.

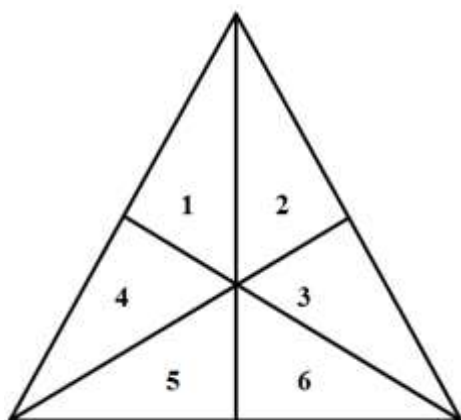
Los métodos que tenemos para el conteo de figuras son:

- a. **Conteo Visual Directo:** requiere de sagacidad visual y sobre todo de práctica.
- b. **Conteo Numérico:** consiste en ubicar los dígitos o letras minúsculas en las regiones (triángulos) que nos interesa contar e ir combinando en forma muy ordenada.
- c. **Conteo de Inducción:** Se utiliza en casos donde la cantidad de figuras a contar al parecer es muy grande, este permite analizar a casos particulares.
- d. **Utilización de la Fórmula:** es el método que se utiliza la fórmula para determinar ciertos casos muy particulares y se representa con la siguiente fórmula, donde **n** representa el números de triángulos:

$$n\Delta = \frac{n(n+1)}{2}$$

1. ¿Cuántos triángulos tiene la figura?.

Figura 2-15 Conteo numérico de triángulos



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 10

Se escriben los números o letras en forma ordenada o desordenada, en cada una de las regiones de la figura dada. (Triángulos)

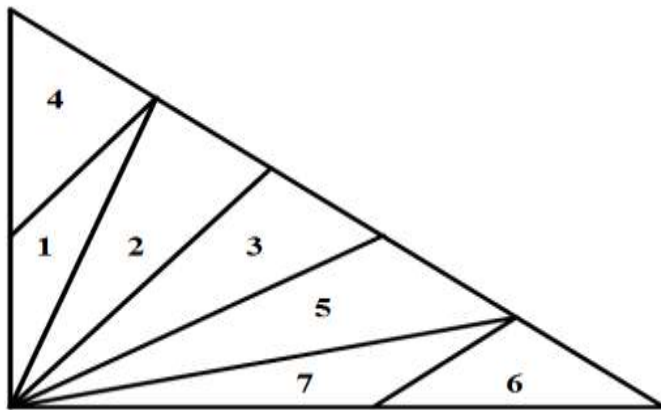
Aplicando el conteo numérico, para ello se observa que tiene 6 dígitos. Se procede a escribir todas las regiones de un triángulo, regiones de dos, tres y seis triángulos, respectivamente, por lo tanto queda de la siguiente forma:

- a. Triángulos de una región: 1, 2, 3, 4, 5, 6 = 6 triángulos rectángulos.
- b. Triángulos de dos regiones: 14, 23, 56 = 3 triángulos isósceles.
- c. Triángulos de tres regiones: 123, 563, 124, 145, 236 = 5 triángulos rectángulos.

- d. Triángulos de cuatro y cinco regiones no existe.
 - e. Triángulos de seis regiones: 123456 = 1 triángulo.
- En consecuencia, existen 15 triángulos en total.

2. ¿Cuántos triángulos tiene la figura?.

Figura 2-16 Conteo numérico de triángulos



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 10

Se distribuyen los números en forma ordenada o desordenada, en cada una de las regiones de la figura dada. Aplicando el conteo numérico, para ello se observa que tiene siete dígitos (1 al 7).

Se procede a escribir las regiones de un triángulo, regiones de dos, tres, cuatro, cinco, siete triángulos; respectivamente.

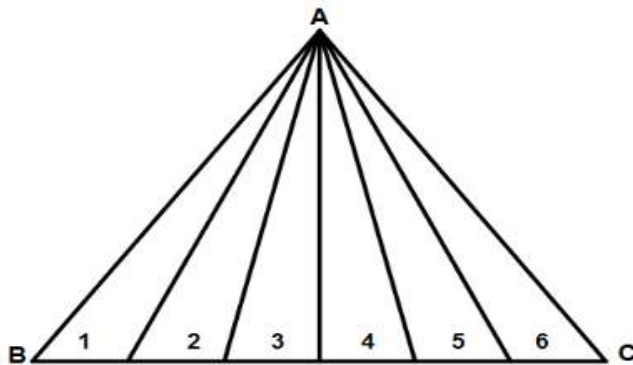
Por lo tanto la figura se tiene los siguientes triángulos:

- a. Triángulos de una región: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 = 7 triángulos
- b. Triángulos de dos regiones: 14, 67, 23, 35 = 4 triángulos
- c. Triángulos de tres regiones: 124, 567, 235 = 3 triángulos
- d. Triángulos de cuatro regiones: 1234, 3567 = 2 triángulos
- e. Triángulos de cinco regiones: 12345, 23567 = 2 triángulos
- f. Triángulos de seis regiones: no existe
- g. Triángulos de siete regiones: 1234567 = 1 triángulo

En consecuencia, existen 19 triángulos en total.

3. ¿Cuántos triángulos tiene la figura?

Figura 2-17 conteo de triángulos usando la fórmula



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 11

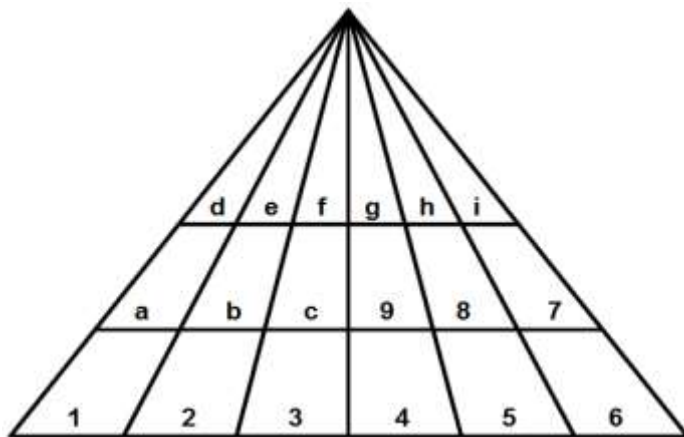
Usando la fórmula para calcular el número de triángulos, se tiene 6 bases, entonces,

$$\text{reemplazando: } n\Delta = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{6(6+1)}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

Entonces, la figura tiene 21 triángulos.

4. ¿Cuántos triángulos tiene la figura?

Figura 2-18 conteo de triángulos usando la fórmula



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 01 – 11

Usando la fórmula para calcular el número de triángulos, se tiene 6 bases, entonces,

$$\text{reemplazando: } n\Delta = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{6(6+1)}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

En consecuencia en el primer nivel se tiene 21 triángulos. Como existen 3 niveles, entonces: $21(3) = 63$ triángulos en total.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1. Población

La población considerada de 30 estudiantes del Octavo Año de Educación General Básica, paralelo “A” del colegio “**AMELIA GALLEGOS DÍAZ**” de la ciudad de Riobamba, en el año lectivo 2 013 – 2 014.

3.2. Muestra

Para hallar el tamaño de la muestra se utilizó:

$$n = \frac{K^2 N p q}{e^2 (N - 1) + K^2 p q}$$

Donde,

N = Tamaño de la población, igual a 30.

K = Constante que depende del nivel de confianza que asignamos 0,95.

p = Proporción de individuos que poseen en la población la característica de estudio, este dato es generalmente desconocido por lo que se usa $p = 0,5$.

q = Proporción de individuos que no poseen esa característica, es decir $q = 1 - p$; $q = 1 - 0,5 = 0,5$

e = Límite aceptable de error muestral, suele utilizarse un valor que varía entre el 1 % y 9 %, valor que queda a criterio del investigador. Sea $e = 5 \%$

n = tamaño de la muestra.

Para la investigación se utilizó un nivel de confianza del 95 % con su valor crítico

$K = 1,96$; $N = 30$; $p = q = 0,5$ y $e = 0,05$.

Obteniéndose un tamaño muestral de 28 estudiantes.

Para la selección de la muestra se utilizó el muestreo aleatorio simple.

3.3. Tipo de investigación

La investigación es descriptiva-explicativa ya que se aplicó dos pruebas, la diagnóstica para determinar el nivel de razonamiento lógico matemático que tienen los estudiantes y las posibles causas. Una vez procesados los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica se resolvió con los estudiantes todas las preguntas que obtuvieron bajos resultados de respuestas correctas.

En el proceso de la investigación se trabajó con modelos de razonamiento lógico matemático en lo referente a sucesiones, analogías, distribuciones y matrices numéricas, además el conteo de figuras (triángulos) que son parte de la propuesta y de la bibliografía utilizada. Para cada clase de matemáticas, durante un Quimestre, por semanas y con sus temáticas, se resolvieron varios problemas.

Las estrategias activas utilizadas tales como:

- Lectura comprensiva del enunciado.
- Selección de datos que sean útiles para la resolución.
- Representación gráfica de cada situación.
- Búsqueda de relaciones existentes entre las variable,
- Utilización del cálculo mental, y;
- Verificación de las relaciones buscadas y análisis de los resultados obtenidos.

También se formó equipos de tres estudiantes para que investiguen bajo el dominio del trabajo colaborativo y defiendan los ejercicios que se les asignaba a cada grupo, cabe indicar que la comunicación por parte de los estudiantes debían indicar las relaciones encontradas en las sucesiones, analogías, matrices y distribuciones numéricas que les permitió llegar a la solución.

Finalmente se aplicó la prueba final para determinar la relación existente con la utilización de las estrategias activas y el desarrollo del razonamiento lógico matemático de las horas de preparación a los estudiantes.

3.4. Diseño de la investigación

El diseño de la investigación representa la validación del instrumento, esto permitió tomar decisiones en beneficio de los estudiantes de Octavo Año de Educación General Básica, del colegio “**AMELIA GALLEGOS DÍAZ**”.

La prueba diagnóstica escrita receptada contenía 10 preguntas de selección múltiple y la prueba final sujeta a 10 preguntas de selección múltiple para su resolución fue el instrumento que se utilizó.

3.5. Métodos

Se utilizó el método descriptivo para hacer un análisis del nivel de razonamiento lógico matemático que tienen los estudiantes, después de cuantificar estadísticamente los resultados obtenidos en las pruebas: diagnóstica y final.

Aplicamos el método explicativo e inductivo con la finalidad de llegar al conocimiento de sus causas, del ¿por qué de los niveles de razonamiento lógico matemático?, que poseen los estudiantes una vez que se hayan obtenido los resultados de las dos pruebas razonamiento lógico matemático aplicado a los educandos del colegio “**AMELIA GALLEGOS DÍAZ**”.

Se aplicó técnicas estadísticas para la tabulación de los datos obtenidos para el análisis y la validación de la hipótesis de investigación.

3.6. Técnicas

Se aplicaron dos pruebas de razonamiento lógico matemático: prueba diagnóstica y prueba final para la obtención de la información que permitió comprobar la hipótesis de investigación.

La inferencia estadística permitió analizar y usar datos obtenidos de la prueba diagnóstica y prueba final como los posibles cambios que se deben hacer en una nueva investigación.

3.7. Análisis de las variables investigadas

Las variables en que se fundamentan la investigación son: la variable independiente que es la utilización adecuada de las estrategias activas y la variable dependiente es el desarrollo del razonamiento lógico matemático (el progreso del estudiante en el razonamiento lógico matemático)

1. Lectura comprensiva.

2. Selección de datos para la resolución.
3. Visualización y familiarización de representaciones gráficas.
4. Búsqueda de relaciones existentes entre las variables.
5. Utilización del cálculo mental.
6. Verificación de las relaciones.
7. Análisis y comunicación de los resultados obtenidos.

3.8. Comprobación de la hipótesis

Cinco pasos para verificar la hipótesis de investigación:

Paso 1: Establecimiento de las hipótesis

Planteamos la hipótesis nula H_0 y alternativa H_a de la siguiente manera:

H_0 : El promedio de las calificaciones de la prueba diagnóstica (PD) es igual al promedio de las calificaciones de la prueba final (PF), es decir, $H_0 : \mu_{PD} = \mu_{PF}$

H_a : El promedio de las calificaciones de la prueba diagnóstica es menor al promedio de las calificaciones de la prueba final, es decir, $H_a : \mu_{PD} < \mu_{PF}$

Paso 2: Definición del nivel de significancia

Se quiere probar las hipótesis al nivel de significancia del 5% ($\alpha = 0,05$)

Paso 3: Tamaño de la muestra y definición del test que se utiliza

El tamaño de la muestra es de 28 estudiantes, se conoce la media y la desviación estándar de la muestra, se trata de una prueba unilateral (izquierda) de la media, que no se conoce la desviación estándar poblacional, con $n < 30$, luego se aplicará el estadístico t de Student.

Paso 4: Especificación de la región rechazo y región de no rechazo

La región de rechazo y la región de no rechazo de H_0 se definen por el valor crítico t visto en la tabla t – Student con un nivel de significancia $\alpha = 0,05$. El tamaño de la muestra $n < 30$ y 27 (28 - 1) grados de libertad y el valor crítico t es igual -1,70

Figura 3-1 Especificación de la región de rechazo y la región de no rechazo



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 02 – 16

PASO 5: Decisión Estadística

Si el estadístico de prueba cae en la región de no rechazo, no se rechazará H_0 , es decir, aceptamos que la media de las calificaciones de la prueba diagnóstica es igual a la prueba final.

Este resultado, implicaría que la utilización adecuada de las estrategias activas de razonamiento lógico matemático, no ayudaron a incrementar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes, y que la diferencia existente en las medias de las evaluaciones de las dos pruebas puede ser al azar.

Si el estadístico de prueba cae en la región de rechazo, se rechaza H_0 y se acepta la hipótesis alternativa, es decir, que la media de las calificaciones de la prueba diagnóstica es menor a la prueba final.

De este resultado se inferiría que la utilización adecuada de las estrategias activas si ayudaron significativamente en el desarrollo del razonamiento lógico de los educandos. Este resultado comprobaría la hipótesis de investigación “La utilización de las estrategias activas incide positivamente en el desarrollo del razonamiento lógico matemático de los estudiantes del colegio **“AMELIA GALLEGOS DIAZ”**”

3.9. Conclusión

La investigación realizada admite observar que la utilización de estrategias activas en las actividades académicas, permite desarrollar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes de Octavo Año del colegio **“AMELIA GALLEGOS DIAZ”**, por lo que los

docentes de matemática deben continuar en los años siguientes y de esta manera aprovechar al máximo la potencialidad de los estudiantes.

3.10. Fuentes de información

Para la fundamentación teórica de la investigación se ha consultado libros de aptitud numérica **Tomo 5**, analogías y sucesiones numéricas; **Tomo 6**, analogías y sucesiones numéricas; **Tomo 7**, distribuciones numéricas; **Tomo 8**, razonamiento lógico y abstracto de la Colección **SANTILLANA (2 012)**, estos tomos corresponden las pruebas para el ingreso a la Universidad por lo que resalto la gran ayuda e importancia su utilidad que tiene el razonamiento lógico matemático para estudiantes y docentes.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1. Test de encuestas realizadas a los estudiantes

Para determinar los niveles de razonamiento lógico matemático que poseen los estudiantes de Octavo Año de Educación General Básica, del colegio “**AMELIA GALLEGOS DÍAZ**” se aplicaron la prueba diagnóstica y la prueba final.

La prueba diagnóstica, cuyo objetivo fundamental es determinar el nivel de razonamiento lógico matemático que poseen los estudiantes al inicio del curso y consta de 10 preguntas, cada una de éstas es de selección múltiple y tiene 4 distractores para escoger, el tiempo promedio para resolver cada pregunta fue de cinco minutos y el tiempo de duración que tuvo el estudiante para contestar la prueba fue 50 minutos.

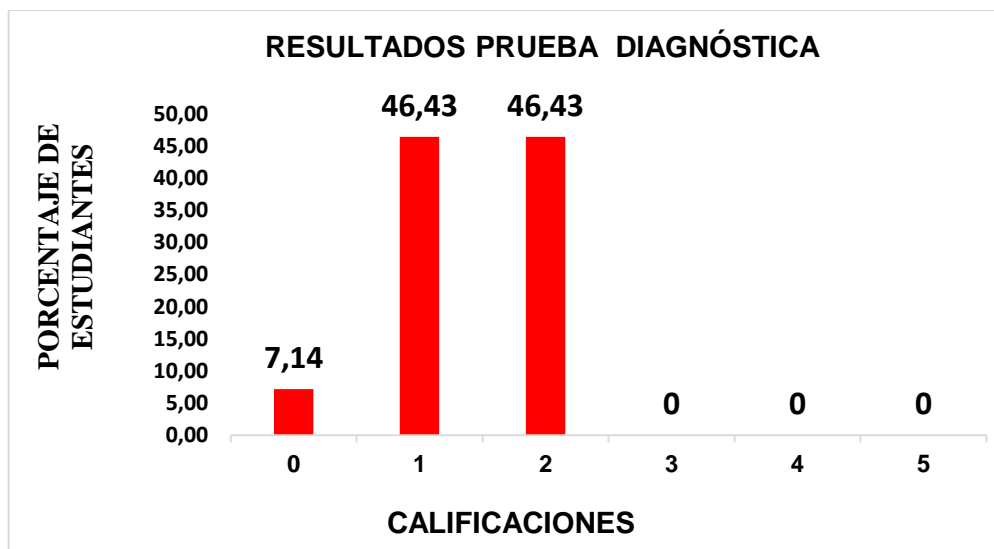
Con los resultados obtenidos de la prueba diagnóstica, se resolvió conjuntamente con los estudiantes todas las preguntas que no pudieron contestar correctamente, es decir, se hizo la corrección de la prueba en horas clase.

Para trabajar durante la investigación se seleccionaron problemas relacionados con sucesiones, analogías, distribuciones y matrices numéricas, distribución de números en pirámides y conteo de figuras (sólo triángulos) que constituye parte de la propuesta final y con diferente grado de dificultad. En la resolución de los ejercicios, se aplicó las estrategias activas para llegar a la solución esperada.

Para determinar los resultados de la utilización de las estrategias activas, se aplicó la prueba final, cuyo objetivo principal es determinar el nivel de razonamiento lógico matemático que poseen los estudiantes, aplicando las estrategias activas la misma que consta de 10 preguntas, cada una de éstas es de selección múltiple y tiene 4 distractores, el tiempo promedio para resolver cada una ellas de 5 minutos y el tiempo de duración que tuvo el estudiante para contestar la prueba final fue 50 minutos.

4.2. Análisis e interpretación de resultados

Figura 4-1 Resultados obtenidos de la prueba diagnóstica



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 02 – 12

De la figura se observa que el 46,43 % de los estudiantes obtuvieron una calificación de uno y dos puntos respectivamente; y el 7,14 % notas de cero puntos.

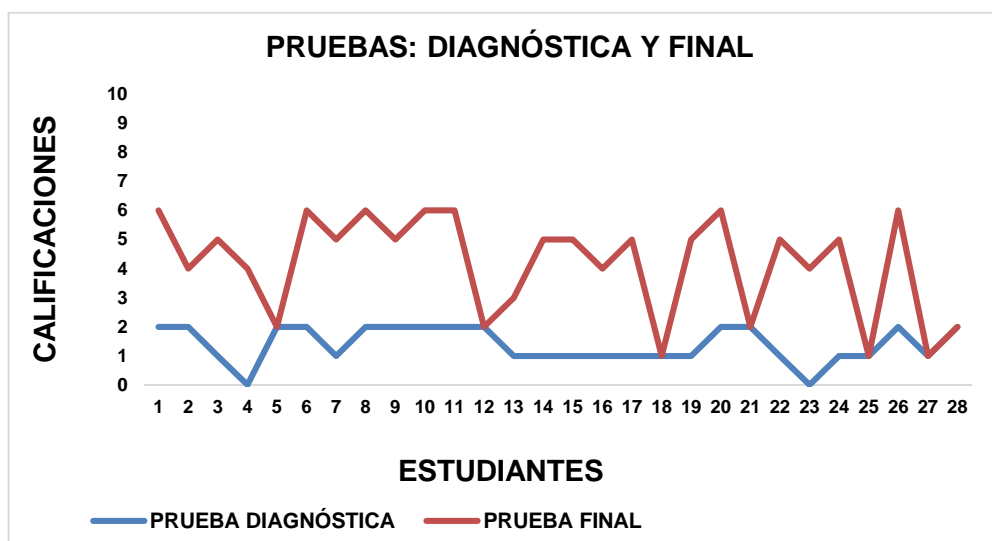
Figura 4-2 Resultados obtenidos de la prueba final



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 02 – 12

De la figura se observa que el 32,14 % de los estudiantes obtuvieron una nota de cinco puntos; el 3,57 % tiene una nota tres puntos; 14,29 % tienen notas de dos y cuatro puntos; 10,71 % notas de un punto, y el 25 % nota de seis puntos.

Figura 4-3 Resultados obtenidos de las pruebas: diagnóstica y final



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 02 – 12

De la figura se observa las calificaciones por estudiante de la evaluación final son superiores a las calificaciones de la prueba diagnóstica y se visualiza para todos los estudiantes de Octavo Año de Educación General Básica.

Tabla 4-1 Estadística descriptiva de pruebas: diagnóstica y final

Medidas	Evaluación diagnóstica	Prueba final
Media	1,39	4,18
Error típico	0,12	0,33
Mediana	1	5
Moda	2	5
Desviación estándar	0,63	1,72
Varianza de la muestra	0,40	2,97
Curtosis	-0,52	-0,84
Coeficiente de asimetría	-0,53	-0,72
Rango	2	5
Mínimo	0	1
Máximo	2	6
Suma	39	117
Cuenta	28	28
Nivel de confianza (95,0%)	0,24	0,67

Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 09 – 09

4.3. Prueba de hipótesis

Paso 1: Establecimiento de la hipótesis

H_0 : La media de las calificaciones de prueba diagnóstica (PD) es igual a la media de las calificaciones de la prueba final (PF), simbólicamente, $H_0 : \mu_{PD} = \mu_{PF}$

H_a : La media de las calificaciones de la prueba diagnóstica es menor a la media de las calificaciones de la prueba final, simbólicamente, $H_a : \mu_{PD} < \mu_{PF}$ donde μ es la media de las calificaciones tanto de la prueba diagnóstica (PD) y la final (PF).

Paso 2: Definición del nivel de significancia

Para probar las hipótesis tomamos el nivel de significancia del 5%; es decir, $\alpha = 0,05$

Paso 3: Tamaño de la muestra y cálculos estadísticos

El tamaño de la muestra es de 28 estudiantes, se trata de una prueba unilateral (izquierda) de la media, que no se conoce la desviación estándar poblacional, con $n < 30$, luego se aplicará el estadístico t - Student para muestras emparejadas utilizando el software Excel.

El estadístico t-Student es una distribución de probabilidad que surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeña.

Permite realizar la prueba t-Student para la determinación de las diferencias entre dos medias muestrales y para la construcción del intervalo de confianza para la diferencia entre las medias de dos poblaciones cuando se desconoce la desviación típica de una población y ésta debe ser estimada a partir de los datos de una muestra.

Tabla 4-2 Prueba t para medias de dos muestras emparejadas

Prueba t para medias de dos muestras emparejadas		
	Prueba de diagnóstica (PD)	Prueba final (PF)
Media	1,39	4,18
Varianza	0,40	2,97
Observaciones	28	28
Coeficiente de correlación de Pearson	0,17	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	27,00	
Estadístico t	-8,52	
P(T<=t) una cola	1,93x10 ⁻⁹	
Valor crítico de t (una cola)	1,70	
P(T<=t) dos colas	3,87x10 ⁻⁹	
Valor crítico de t (dos colas)	2,05	

Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 02 – 09

De la tabla adjunta se observa que la media de la prueba diagnóstica es menor al de la prueba final.

Para el porcentaje de las medias aplicamos la fórmula: Si, $P_t = PF$ y $P_{t-1} = PD$

$$I_c = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} * 100\% .$$

$$I_c = \frac{4,18 - 1,39}{1,39} * 100\% = 200,7\%$$

La varianza de la prueba diagnóstica es menor que la prueba final.

Prueba t para medias de dos muestras emparejada, realizada en Excel.

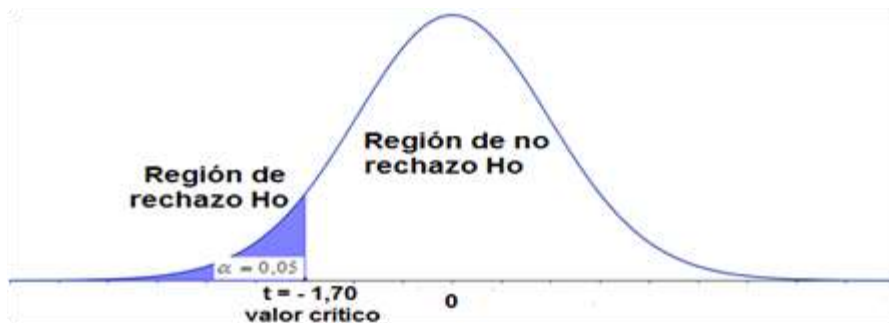
Admite 27 grados de libertad con el estadístico t. (28 - 1)

El Estadístico t calculado es negativo (-8,52) y con un valor t a una cola 1,70.

Paso 4: Especificación de la región de rechazo y región de no rechazo

Las regiones de rechazo y no rechazo de H_0 se define por el valor crítico t hallado en la tabla t - Student, con un nivel de significancia $\alpha = 0,05$; $n < 30$ y 27 (28-1) grados de libertad. El valor crítico t es igual a - 1,70.

Figura 4-4 Especificación de la región de rechazo y región de no rechazo



Elaborado por: Cunachi O. 2 104 – 02 – 16

Paso 5: Decisión estadística

El estadístico calculado $t = -8,52$ se halla en la región de rechazo de H_0 por tanto se rechaza $H_0 : \mu_{PD} = \mu_{PF}$ y se acepta la hipótesis $H_a : \mu_{PD} < \mu_{PF}$.

Se observa que la probabilidad a una cola $p = 1,93 \times 10^{-9}$, es menor que el nivel de significancia $\alpha = 0,05$, por lo que se rechaza H_0 , y se acepta H_a . Es decir, que la media de las calificaciones de la prueba diagnóstica es menor a la media de las calificaciones de la prueba final.

4.4. Conclusiones

- Las estrategias activas utilizadas por los estudiantes no definieron el razonamiento lógico matemático.
- La lectura comprensiva, selección de datos para la resolución, visualización y familiarización de representaciones gráficas, búsqueda de relaciones existentes entre las variables, utilización del cálculo mental, verificación de las relaciones, análisis y comunicación de los resultados obtenidos; fueron las estrategias de mayor incidencia en el razonamiento lógico matemático de los estudiantes evaluados.

- La especificación y el análisis de datos mediante la lectura comprensiva efectuada a nivel grupal fue la estrategia más efectiva para el desarrollo del razonamiento lógico, además permitió la aplicación del cálculo mental estimulando el desarrollo de procesos básicos.
- De los resultados obtenidos al aplicar las estrategias activas se observó un mejor desempeño académico por parte de los estudiantes al momento de la evaluación.
- La evaluación diagnóstica dio como resultado un 46,43% que respondieron a las preguntas planteadas uno y dos respectivamente, mientras que el 7,14% no respondieron ninguna, demostrando la ausencia de destrezas en el razonamiento lógico matemático. Contrario a lo que ocurrió en la evaluación final donde se muestra que el 32,14% de los estudiantes aplicó el razonamiento lógico matemático y tan sólo en el 3,57% se mantienen las falencias.
- La comparación en el rendimiento académico entre los estudiantes cuyas destrezas del razonamiento lógico han sido asimiladas permitiendo mayor eficacia, competitividad en el logro académico; y en contraste con aquellos que no lo desarrollaron las estrategias activas se mantiene un bajo rendimiento académico.

4.5. Recomendaciones

- Motivar a los estudiantes de los Octavos de Educación General Básica en la enseñanza - aprendizaje de la matemática para fortalecer la capacidad de razonar matemáticamente es necesario: criticar, abstraer, analizar, discrepar, reconocer operaciones, calcular, verbalizar, comunicar, construir y resolver: analogías, sucesiones, matrices y distribuciones numéricas.
- Los docentes de Matemática deben crear, diseñar y elaborar material didáctico para la enseñanza – aprendizaje en los estudiantes, esto conducirá a los alumnos demuestren el interés por la matemática, de aquí depende los aprendizajes significativos, para ello se seleccionará las técnicas activas y adecuadas para la aprehensión del conocimiento, por lo que el estudiante entregará toda su capacidad para la resolución de los problemas.

CAPÍTULO V

PROPUESTA

INTRODUCCIÓN

Es necesario y muy útil desarrollar por parte de los docentes la utilización de varias estrategias activas y recreativas para mejorar el desarrollo del razonamiento lógico matemático en los estudiantes del Octavo Año de Básica General Básica del colegio “AMELIA GALLEGOS DÍAZ”.

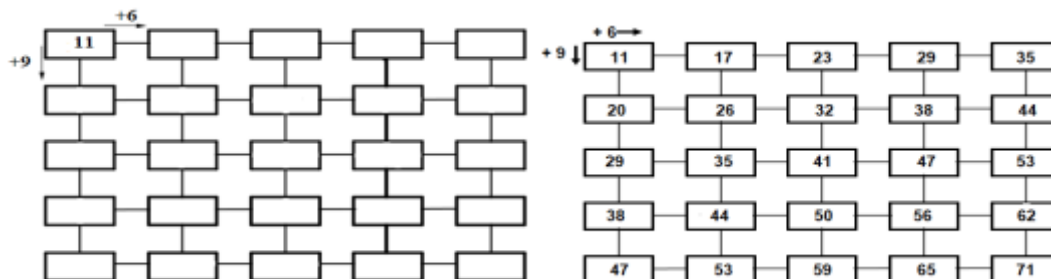
Con la utilización de las estrategias activas los estudiantes tendrán la mayor posibilidad de aprender la teoría y poner en práctica los conceptos aprendidos en el campo de la matemática, además cimentar desde los inicios de su vida estudiantil el razonamiento lógico matemático, ya que servirá para continuar en los cursos superiores tomando en consideración la utilización y su aplicación.

El uso adecuado de las estrategias activas de los estudiantes del Octavo Año, facilitará continuar con el razonamiento lógico matemático, la cual permitirá incrementar las habilidades y destrezas para la resolución de estos problemas planteados que definimos a continuación:

5.1. Sucesiones numéricas

Las sucesiones numéricas es un conjunto ordenado de números, que a su vez cumple una ley para la formación de sus elementos. Las sucesiones numéricas se obtienen cuando a cada uno de los términos se le agrega, se disminuye o se multiplica un número. Ejemplo 1: Completa la tabla de filas y columnas, sigue las instrucciones dadas.

Figura 5-1 Diagrama de una sucesión numérica (adición)



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 02

Instrucciones:

- Observa la flecha que va a la derecha de la primera fila y la flecha que va hacia abajo en la primera columna.
- Aplica la operación que indica la flecha en sentido horizontal.
- En forma similar hacemos con la flecha en sentido vertical.
- Forma una serie de cada fila (horizontal).
- Forma una serie de cada columna (vertical).
- Adiciona las cantidades de cada una de las filas.
- Adiciona las cantidades de cada una de las columnas.
- Adiciona las filas, columnas y diagonales, luego compara los resultados.

Con las condiciones que plantea el problema tenemos la siguiente tabla:

Tabla 5-1 Formación de sucesiones numéricas de filas y columnas

	C(1)	C(2)	C(3)	C(4)	C(5)	SUMA
F(1)	11	17	23	29	35	115
F(2)	20	26	32	38	44	160
F(3)	29	35	41	47	53	205
F(4)	38	44	50	56	62	250
F(5)	47	53	59	65	71	295
SUMA	145	175	205	235	265	1 025

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 02

Adición de cada una de las filas:

$$F(1) \quad 11 + 17 + 23 + 29 + 35 = 115$$

$$F(2) \quad 20 + 26 + 32 + 38 + 44 = 160$$

$$F(3) \quad 29 + 35 + 41 + 47 + 53 = 205$$

$$F(4) \quad 38 + 44 + 50 + 56 + 62 = 250$$

$$F(5) \quad 47 + 53 + 59 + 65 + 71 = 295$$

Adición de cada una de las columnas:

$$C(1) \quad 11 + 20 + 29 + 38 + 47 = 145$$

$$C(2) \quad 17 + 26 + 35 + 44 + 53 = 175$$

$$C(3) \quad 23 + 32 + 41 + 50 + 59 = 205$$

$$C(4) \quad 29 + 38 + 47 + 56 + 65 = 235g$$

$$C(5) \quad 35 + 44 + 53 + 62 + 71 = 265$$

Adición de todas las filas: $115 + 160 + 205 + 250 + 295 = 1\ 025$

Adición de todas las columnas: $145 + 175 + 205 + 235 + 265 = 1\ 025$

Adición de las dos diagonales, a su vez cada diagonal forma una sucesión.

Adición de cada una de las diagonales:

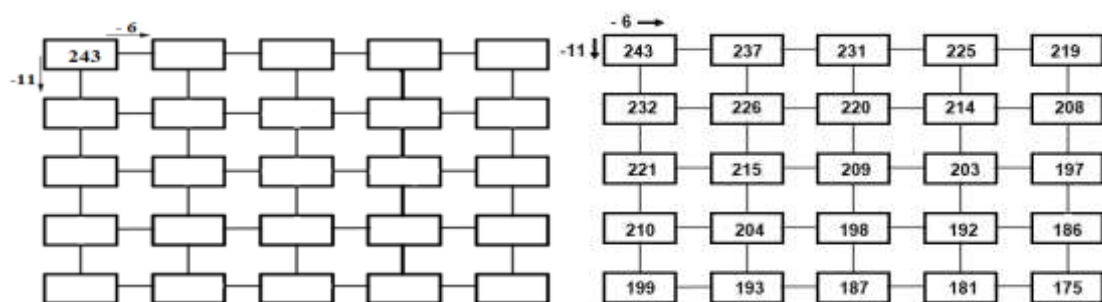
D(1) $11 + 26 + 41 + 56 + 71 = 205$

D(2) $35 + 38 + 41 + 44 + 47 = 205$

Se concluye, si adicionamos las filas y columnas dan cantidades iguales, además la adición de cada diagonal es **205**.

Ejemplo 2: Completa la tabla de filas y columnas, sigue las instrucciones dadas.

Figura 5-2 Diagrama de una sucesión numérica (sustracción)



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 02

Instrucciones:

- Observa la flecha que va a la derecha de la primera fila y la flecha que va hacia abajo en la primera columna.
- Aplica la operación que indica la flecha en sentido horizontal.
- En forma similar hacemos con la flecha que está en sentido vertical.
- Forma una serie de cada fila (horizontal).
- Forma una serie de cada columna (vertical).
- Adiciona las cantidades de cada una de las filas.
- Adiciona las cantidades de cada una de las columnas.
- Adiciona las filas, columnas y diagonales, luego compara los resultados obtenidos.

De las condiciones que plantea el problema obtenemos la siguiente tabla:

Tabla 5-2 Formación de sucesiones numéricas de filas y columnas

	C(1)	C(2)	C(3)	C(4)	C(5)	SUMA
F(1)	243	237	231	225	219	1 155
F(2)	232	226	220	214	208	1 100
F(3)	221	215	209	203	197	1 045
F(4)	210	204	198	192	186	990
F(5)	199	193	187	181	175	935
SUMA	1 105	1 075	1 045	1 015	985	5 225

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 02

Adición de cada una de las filas, columnas y diagonales:

$$\mathbf{F(1)} \quad 243 + 237 + 231 + 225 + 219 = 1\ 155$$

$$\mathbf{F(2)} \quad 232 + 226 + 220 + 214 + 208 = 1\ 100$$

$$\mathbf{F(3)} \quad 221 + 215 + 209 + 203 + 197 = 1\ 045$$

$$\mathbf{F(4)} \quad 210 + 204 + 198 + 192 + 186 = 990$$

$$\mathbf{F(5)} \quad 199 + 193 + 187 + 181 + 175 = 935$$

Adición de cada una de las columnas:

$$\mathbf{C(1)} \quad 243 + 232 + 221 + 210 + 199 = 1\ 105$$

$$\mathbf{C(2)} \quad 237 + 226 + 215 + 204 + 193 = 1\ 075$$

$$\mathbf{C(3)} \quad 231 + 220 + 209 + 198 + 187 = 1\ 045$$

$$\mathbf{C(4)} \quad 225 + 214 + 203 + 192 + 181 = 1\ 015$$

$$\mathbf{C(5)} \quad 219 + 208 + 197 + 186 + 175 = 985$$

$$\text{Adición de todas las filas: } 1\ 115 + 1\ 100 + 1\ 045 + 990 + 935 = \mathbf{5\ 225}$$

$$\text{Adición de todas las columnas: } 1\ 105 + 1\ 075 + 1\ 045 + 1\ 015 + 985 = \mathbf{5\ 225}$$

Adición de las dos diagonales, a su vez cada diagonal forma una sucesión.

Adición de cada una de las diagonales:

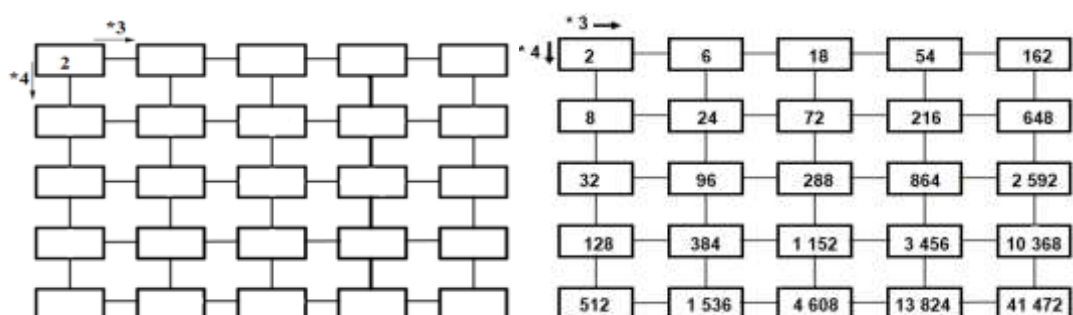
$$\mathbf{D(1)} \quad 243 + 226 + 209 + 192 + 175 = \mathbf{1\ 045}$$

$$\mathbf{D(2)} \quad 219 + 214 + 209 + 204 + 199 = \mathbf{1\ 045}$$

Se concluye, si adicionamos las filas y columnas dan cantidades iguales, además la adición de las diagonales dan **1 045**.

Ejemplo 3: Completa la tabla: sigue las instrucciones dadas para filas y columnas.

Figura 5-3 Diagrama de una sucesión numérica (producto)



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03– 03

Instrucciones:

- Observa la flecha que va a la derecha de la primera fila y la flecha que va hacia abajo en la primera columna.
- Aplica la operación que indica la flecha en sentido horizontal y vertical.
- Forma una serie de cada fila (horizontal).
- Forma una serie de cada columna (vertical).
- Adiciona las cantidades de cada una de las filas.
- Adiciona las cantidades de cada una de las columnas.
- Adiciona las filas, columnas y diagonales, luego compara los resultados.

De las condiciones que plantea el problema tenemos la siguiente tabla:

Tabla 5-3 Formación de sucesiones numéricas de filas y columnas

	C(1)	C(2)	C(3)	C(4)	C(5)	SUMA
F(1)	2	6	18	54	162	242
F(2)	8	24	72	216	648	968
F(3)	32	96	288	864	2 592	3 872
F(4)	128	384	1 152	3 456	10 368	15 488
F(5)	512	1 536	4 608	13 824	41 472	61 952
SUMA	682	2 046	6 138	18 414	61 952	82 522

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 00 – 03

Adición de cada una de las filas:

$$F(1) \quad 2 + 6 + 18 + 54 + 162 = 242$$

$$F(2) \quad 8 + 24 + 72 + 216 + 648 = 968$$

$$F(3) \quad 32 + 96 + 288 + 864 + 2\,592 = 3\,872$$

$$\mathbf{F(4)} \quad 128 + 384 + 1\,152 + 3\,456 + 10\,368 = 15\,488$$

$$\mathbf{F(5)} \quad 512 + 1\,536 + 4\,608 + 13\,824 + 41\,472 = 61\,952$$

Adición de cada una de las columnas:

$$\mathbf{C(1)} \quad 2 + 8 + 32 + 128 + 512 = 682$$

$$\mathbf{C(2)} \quad 6 + 24 + 96 + 384 + 1\,536 = 2\,046$$

$$\mathbf{C(3)} \quad 18 + 72 + 288 + 1\,152 + 4\,608 = 6\,138$$

$$\mathbf{C(4)} \quad 54 + 216 + 864 + 3\,456 + 13\,824 = 18\,414$$

$$\mathbf{C(5)} \quad 162 + 648 + 2\,592 + 10\,368 + 41\,472 = 61\,952$$

Adición de las filas: $242 + 968 + 3\,872 + 15\,488 + 61\,952 = \mathbf{82\,522}$

Adición de las columnas: $682 + 2\,046 + 6\,138 + 18\,414 + 55\,424 = \mathbf{82\,522}$

Adición de las dos diagonales, a su vez cada diagonal forma una sucesión.

Adición de cada una de las filas, columnas y diagonales

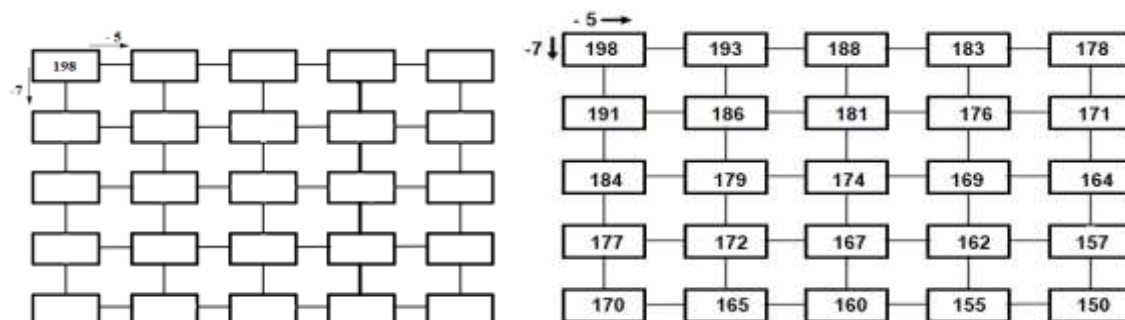
$$\mathbf{D(1)} \quad 2 + 24 + 288 + 3\,456 + 41\,472 = \mathbf{45\,242}$$

$$\mathbf{D(2)} \quad 162 + 216 + 288 + 384 + 512 = \mathbf{1\,562}$$

Se concluye, si adicionamos las filas y columnas dan cantidades iguales, pero la adición de las diagonales son diferentes.

Ejemplo 4: Completa la tabla de filas y columnas, sigue las instrucciones dadas.

Figura 5-4 Diagrama de una sucesión numérica (sustracción)



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 03

Instrucciones:

- Observa la flecha que va a la derecha de la primera fila.
- Observa la flecha que va hacia abajo en la primera columna.
- Aplica la operación que indica la flecha en sentido horizontal.
- En forma similar hacemos con la flecha en sentido vertical.
- Forma una serie de cada fila (horizontal).

- Forma una serie de cada columna (vertical).
- Adiciona las cantidades de cada una de las filas.
- Adiciona las cantidades de cada una de las columnas.
- Adiciona las filas, columnas y diagonales, luego compara los resultados y saca las conclusiones.

Con las condiciones que plantea el problema tenemos la siguiente tabla:

Tabla 5-4 Formación de sucesiones numéricas de filas y columnas

	C(1)	C(2)		C(3)	C(4)	C(5)	SUMA
F(1)	198	193		188	183	178	940
F(2)	191	186		181	176	171	905
F(3)	184	179		174	169	164	870
F(4)	177	172		167	162	157	835
F(5)	170	165		160	155	150	800
SUMA	920	895		870	845	820	4 350

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 03

Adición de cada una de las filas, columnas y diagonales:

$$\mathbf{F(1)} \quad 198 + 193 + 188 + 183 + 178 = 940$$

$$\mathbf{F(2)} \quad 191 + 186 + 181 + 176 + 171 = 905$$

$$\mathbf{F(3)} \quad 184 + 179 + 174 + 169 + 164 = 870$$

$$\mathbf{F(4)} \quad 177 + 172 + 167 + 162 + 157 = 835$$

$$\mathbf{F(5)} \quad 170 + 165 + 160 + 155 + 150 = 800$$

$$\mathbf{C(1)} \quad 198 + 191 + 184 + 177 + 170 = 920$$

$$\mathbf{C(2)} \quad 193 + 186 + 179 + 172 + 165 = 895$$

$$\mathbf{C(3)} \quad 188 + 181 + 174 + 167 + 160 = 870$$

$$\mathbf{C(4)} \quad 183 + 176 + 169 + 162 + 155 = 845$$

$$\mathbf{C(5)} \quad 178 + 171 + 164 + 157 + 150 = 820$$

$$\text{Adición de todas las filas: } 940 + 905 + 870 + 835 + 800 = \mathbf{4\ 350}$$

$$\text{Adición de todas las columnas: } 920 + 895 + 870 + 845 + 820 = \mathbf{4\ 350}$$

Adición de las dos diagonales son iguales, cada diagonal forma una sucesión.

$$\mathbf{D(1)} \quad 198 + 186 + 174 + 162 + 150 = \mathbf{870}$$

$$\mathbf{D(2)} \quad 178 + 176 + 174 + 172 + 170 = \mathbf{870}$$

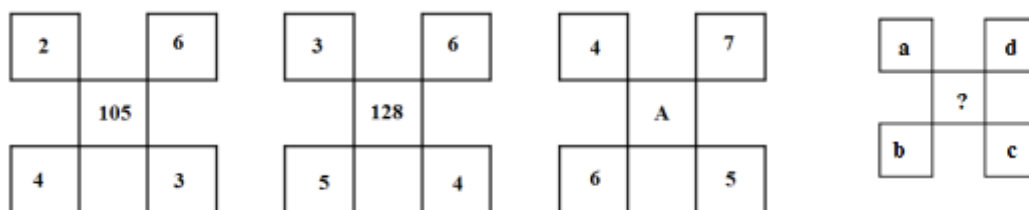
Se concluye, si adicionamos las filas y columnas dan cantidades iguales, además la adición de las diagonales dan **870**.

5.2. Analogías numéricas

Buscar la relación matemática entre los números que observas, establece la regla y encuentra el valor de cada letra que falta en la analogía numérica.

1. Encontrar el valor de “A”.

Figura 5-5 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 04

☞ **Regla:** $(a + c) + (b + d)^2$

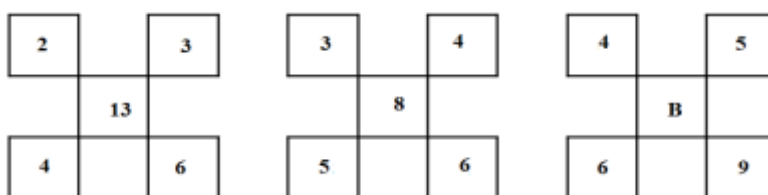
$$(2 + 3) + (4 + 6)^2 = 5 + (10)^2 \Rightarrow 5 + 100 = 105$$

$$(3 + 4) + (5 + 6)^2 = 7 + (11)^2 \Rightarrow 7 + 121 = 128$$

$$(4 + 5) + (6 + 7)^2 = 9 + (13)^2 ; 9 + 169 = A \Rightarrow A = 178$$

2. Encontrar el valor de “B”.

Figura 5-6 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 04

☞ **Regla:** $(c - d) + (b - a)^2$

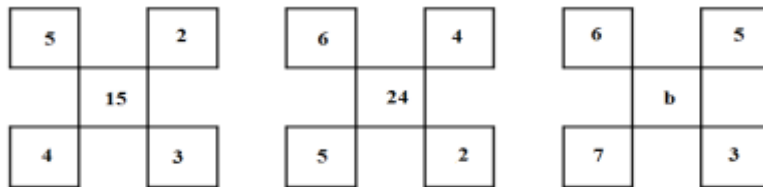
$$(6 - 3)^2 + (4 - 2)^2 = (3)^2 + (2)^2 \Rightarrow 9 + 4 = 13$$

$$(6 - 4)^2 + (5 - 3)^2 = (2)^2 + (2)^2 \Rightarrow 4 + 4 = 8$$

$$(9 - 5)^2 + (6 - 4)^2 = (4)^2 + (2)^2 ; 16 + 4 = B \Rightarrow B = 20$$

3. Encontrar el valor de “b”.

Figura 5-7 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 05

☞ **Regla:** $(a * b) - (d * c) = ?$

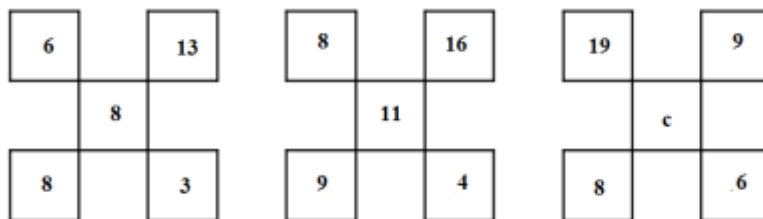
$$(5)(4) - (2 + 3) = (20) - (5) \Rightarrow 20 - 5 = 15$$

$$(6)(5) - (4 + 2) = (30) - (6) \Rightarrow 30 - 6 = 24$$

$$(6)(7) - (5 + 3) = (42) - (8) ; 42 - 8 = b \Rightarrow b = 34$$

4. Encontrar el valor de “c”.

Figura 5-8 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 05

☞ **Regla:** $(a + d) - (b + c) = ?$

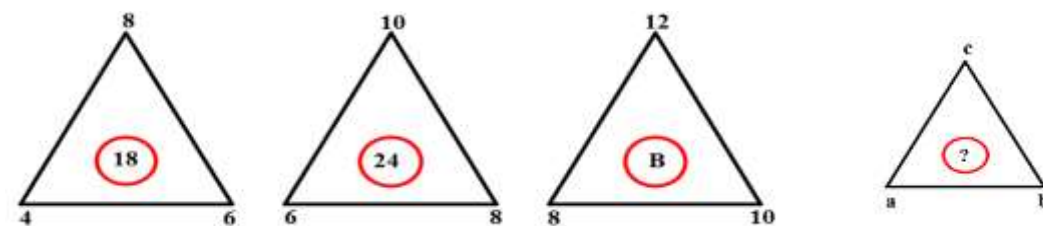
$$(6 + 13) - (8 + 3) = 19 - 11 = 8$$

$$(8 + 16) - (9 + 4) = 24 - 13 = 11$$

$$(19 + 9) - (8 + 6) = (28) - (14) ; 28 - 14 = c \Rightarrow c = 14$$

5. Encontrar el valor de “B”.

Figura 5-9 Diagrama de analogía numérica en triángulos



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 06

☞ **Regla:** $(a + b) + c = a + (b + c)$

$$(4 + 6) + 8 = 4 + (6 + 8); \quad 10 + 8 = 4 + 14 \Rightarrow 18 = 18$$

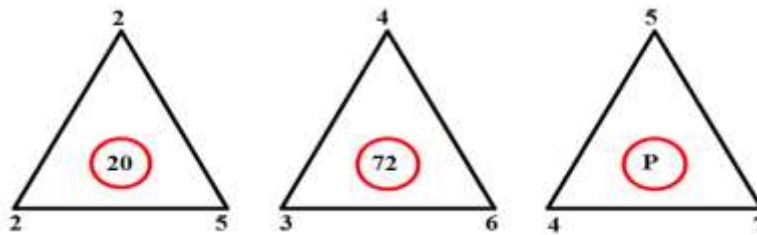
$$(6 + 8) + 10 = 6 + (8 + 10); \quad 14 + 10 = 6 + 18 \Rightarrow 24 = 24$$

$$(8 + 10) + 12 = 8 + (10 + 12); \quad 18 + 12 = 8 + 22 = B \Rightarrow B = 30$$

NOTA: se aplicó de la propiedad asociativa en los Naturales.

6. Encontrar el valor de “P”.

Figura 5-10 Diagrama de analogía numérica en triángulos



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 06

☞ **Regla:** $(a * c) * b = ?$

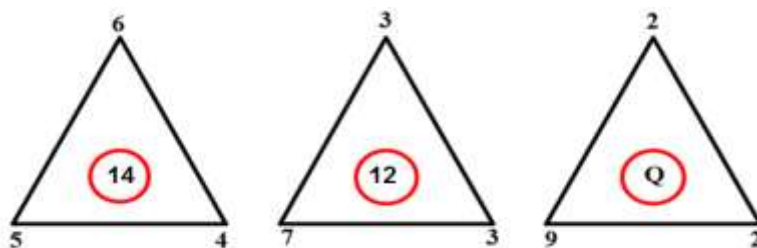
$$(2 * 2) * 5 = (4) * 5 = 20$$

$$(3 * 4) * 6 = (12) * 6 = 72$$

$$(4 * 5) * 7 = (20) * 7; \quad 140 = P \Rightarrow P = 140$$

7. Encontrar el valor de “Q”.

Figura 5-11 Diagrama de analogía numérica en triángulos



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 08

☞ **Regla:** $(a * c) - b^2 = ?$

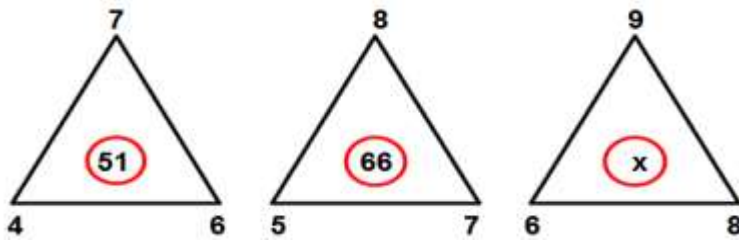
$$(5 * 6) - (4)^2 = 30 - 16 = 14$$

$$(7 * 3) - (3)^2 = 21 - 9 = 12$$

$$(9 * 2) - (2)^2 = 18 - 4 = Q \Rightarrow Q = 14$$

8. Encontrar el valor de “x”

Figura 5-12 Diagrama de analogía numérica en triángulos



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 08

☞ **Regla:** $c^2 + (b - a) = ?$

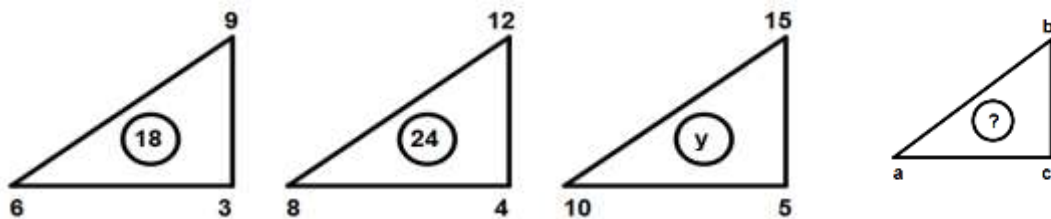
$$(7)^2 + (6 - 4) = 49 + 2 = 51$$

$$(8)^2 + (7 - 5) = 64 + 2 = 66$$

$$(9)^2 + (8 - 6) = 81 + 2 = x \Rightarrow x = 83$$

9. Encontrar el valor de “y”.

Figura 5-13 Diagrama de analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 09

☞ **Regla:** $(a * b) / c = ? ; \text{si } c \neq 0$

$$\frac{(6)(9)}{3} = \frac{54}{3} = 18$$

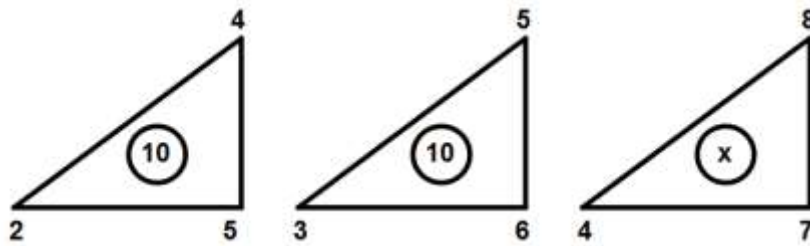
$$\frac{(8)(12)}{4} = \frac{96}{4} = 24$$

$$\frac{(10)(15)}{5} = \frac{150}{5} = y$$

$$y = 30$$

10. Encontrar el valor de “x”.

Figura 5-14 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 09

☞ **Regla:** $(b * c) / a = ? ; si a \neq 0$

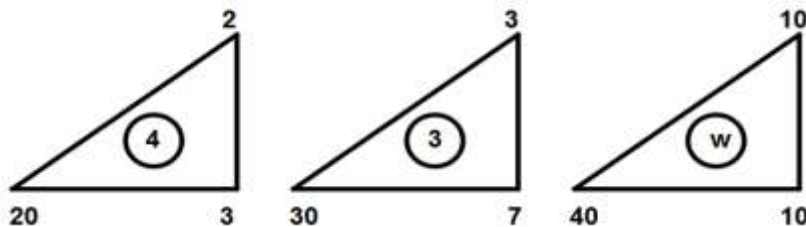
$$\frac{(4)(5)}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\frac{(5)(6)}{3} = \frac{30}{3} = 10$$

$$\frac{(8)(7)}{4} = \frac{56}{4} = x \Rightarrow x = 14$$

11. Encontrar el valor de “w”.

Figura 5-15 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 10

☞ **Regla:** $a / (b + c) = ? ; si b y c \neq 0$

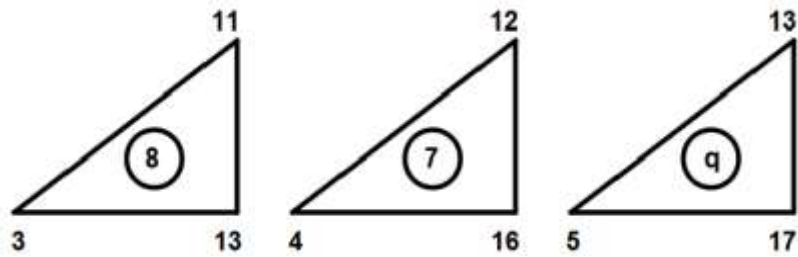
$$\frac{20}{3+2} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\frac{30}{7+3} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\frac{40}{10+10} = \frac{40}{20} = w \Rightarrow w = 2$$

12. Encontrar el valor de “q”.

Figura 5-16 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 16

☞ **Regla:** $(b + c) / a = ?$; si $a \neq 0$

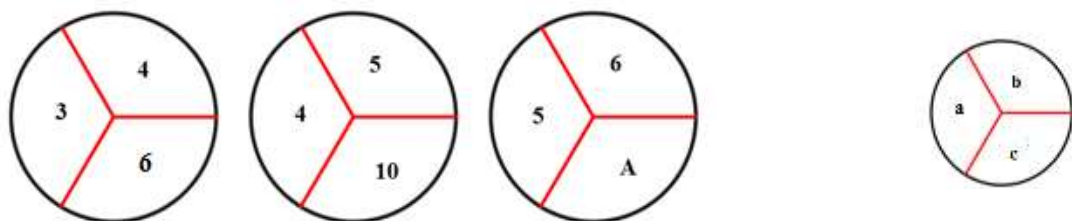
$$\frac{13+11}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

$$\frac{16+12}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

$$\frac{17+13}{5} = \frac{30}{5} = q \Rightarrow q = 6$$

13. Encontrar el valor de “A”

Figura 5-17 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 12

☞ **Regla:** $(a * b) / 2 = c$

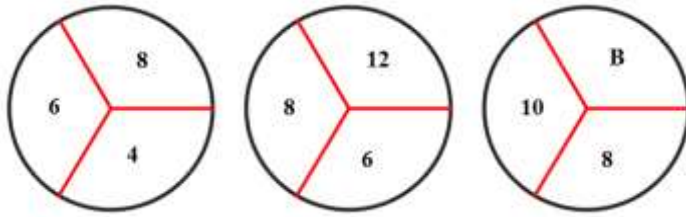
$$\frac{(3)(4)}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{(4)(5)}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\frac{(5)(6)}{2} = \frac{30}{2} = A \Rightarrow A = 15$$

14. Averiguar el valor de “B”.

Figura 5-18 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 12

☞ **Regla:** $(a * c) / n = b$, si $n \neq 0$

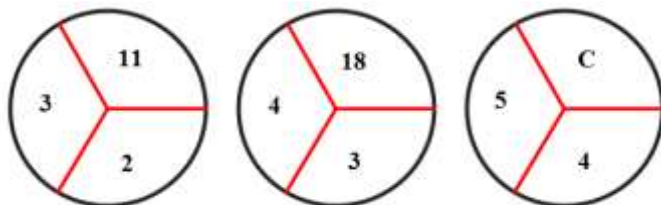
$$\frac{(6)(4)}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

$$\frac{(8)(6)}{4} = \frac{48}{4} = 12$$

$$\frac{(10)(8)}{5} = \frac{80}{5} = B \Rightarrow B = 16$$

15. Encontrar el valor de “C”.

Figura 5-19 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 13

☞ **Regla:** $(a * c) + n = b$

$$(3)(2) + 5 = 6 + 5 = 11$$

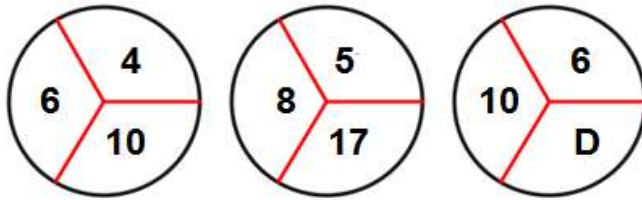
$$(4)(3) + 6 = 12 + 6 = 18$$

$$(5)(4) + 7 = 20 + 7 = C$$

$$C = 27$$

16. Encontrar el valor de “D”

Figura 5-20 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 13

☞ **Regla:** $b^2 - a = c$

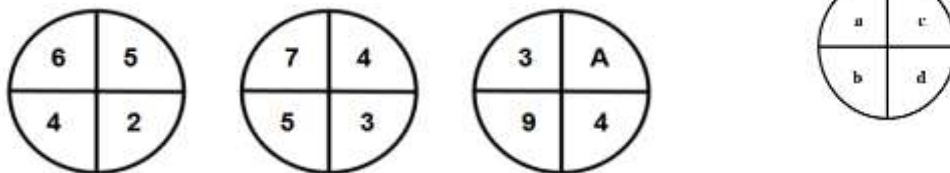
$$(4)^2 - 6 = 16 - 6 = 10$$

$$(5)^2 - 8 = 25 - 8 = 17$$

$$(6)^2 - 10 = 36 - 10 = E \Rightarrow e = 26$$

17. Encontrar el valor de “A”.

Figura 5-21 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 14

☞ **Regla:** $(a + b) / d = c; d \neq 0$

$$\frac{6+4}{2} = 5$$

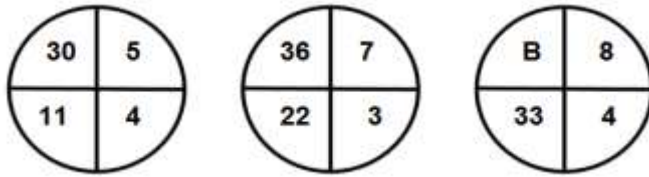
$$\frac{7+5}{3} = 4$$

$$\frac{3+9}{4} = \frac{12}{4} = A$$

$$A = 3$$

18. Encontrar el valor de “B”.

Figura 5-22 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 14

☞ **Regla:** $c^2 + d^2 - b = a$

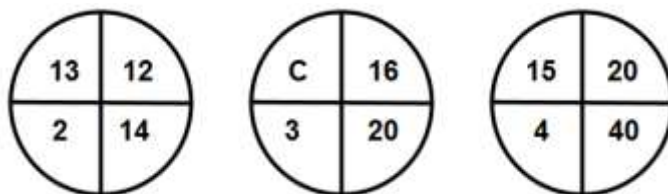
$$(5)^2 + (4)^2 - 11 ; 25 + 16 - 11 = 41 - 11 = 30$$

$$(7)^2 + (3)^2 - 22 ; 49 + 9 - 22 = 58 - 22 = 36$$

$$(8)^2 + (2)^2 - 33 ; 64 + 4 - 33 = 68 - 33 = B \Rightarrow B = 35$$

19. Encontrar el valor de “C”.

Figura 5-23 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 15

☞ **Regla:** $(c + d)/b = a, \text{ si } b \neq 0$

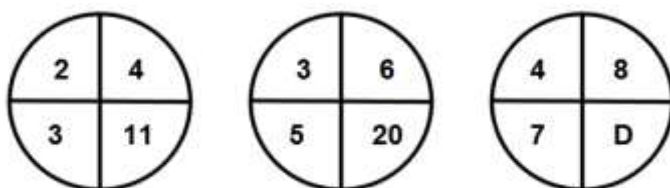
$$\frac{12 + 14}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

$$\frac{16 + 20}{3} = \frac{36}{3} = C \Rightarrow C = 12$$

$$\frac{20 + 40}{4} = \frac{60}{4} = C \Rightarrow C = 15$$

20. Encontrar el valor de “D”

Figura 5-24 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 15

☞ **Regla:** $a^2 + c^2 - b^2 = d$

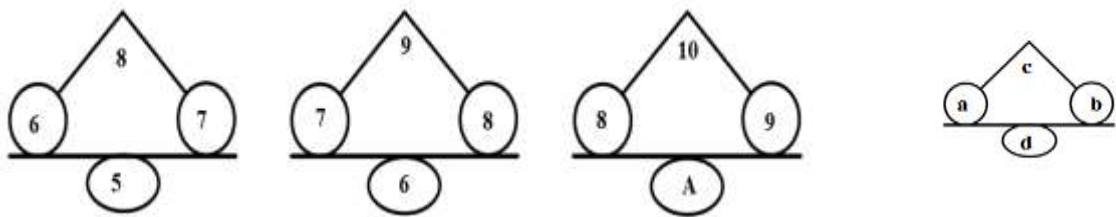
$$(2)^2 + (4)^2 - (3)^2 = 4 + 16 - 9 = 20 - 9 = 11$$

$$(3)^2 + (6)^2 - (5)^2 = 9 + 36 - 25 = 45 - 20 = 25$$

$$(4)^2 + (8)^2 - (7)^2 = 16 + 64 - 49 = 80 - 49 = D \Rightarrow D = 31$$

21. Encontrar el valor de “A”.

Figura 5-25 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 16

☞ **Regla:** $(a + b) - c = d$

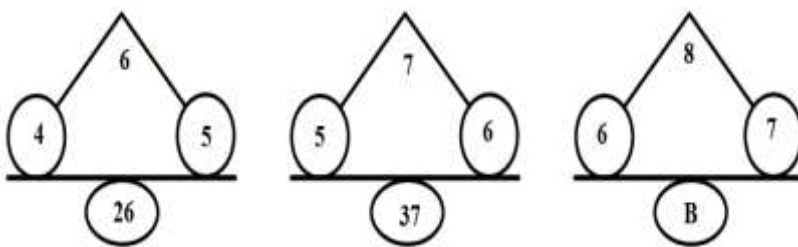
$$(6 + 7) - 8 = 13 - 8 = 5$$

$$(7 + 8) - 9 = 15 - 9 = 6$$

$$(8 + 9) - 10 = 17 - 10 = A \Rightarrow A = 7$$

22. Encontrar el valor de “B”.

Figura 5-26 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 16

☞ **Regla:** $(a * b) + c = d$

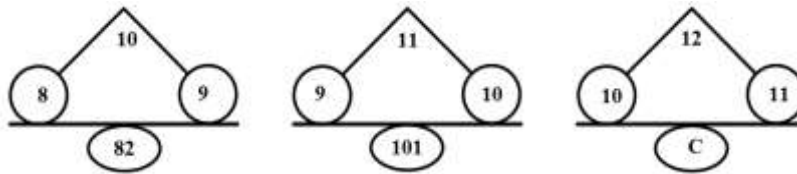
$$(4)(5) + 6 = 20 + 6 = 26$$

$$(5)(6) + 7 = 30 + 7 = 37$$

$$(6)(7) + 8 = 42 + 8 = B \Rightarrow B = 50$$

23. Encontrar el valor de “C”.

Figura 5-27 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 17

☞ **Regla:** $(c * b) - a = d$

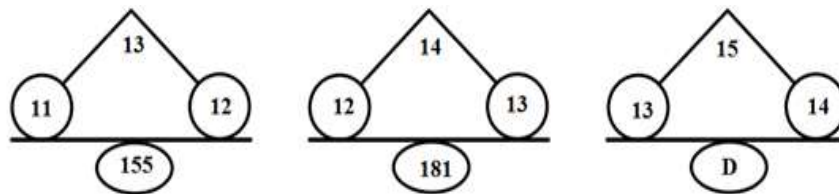
$$(10)(9) - 8 = 90 - 8 = 82$$

$$(11)(10) - 9 = 110 - 9 = 101$$

$$(12)(11) - 10 = 132 - 10 = C \Rightarrow C = 122$$

24. Encontrar el valor de “D”

Figura 5-28 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 17

☞ **Regla:** $(a * c) + b = d$

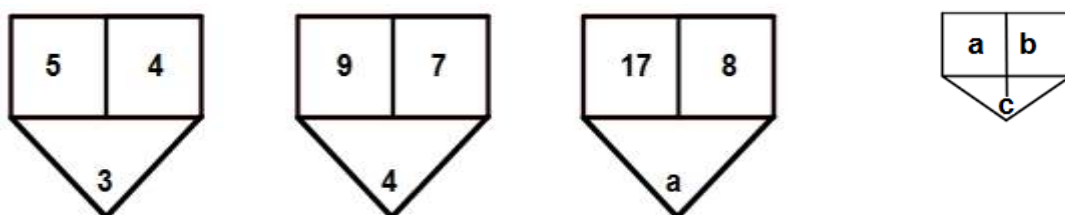
$$(11)(13) + 12 = 143 + 12 = 155$$

$$(12)(14) + 13 = 168 + 13 = 181$$

$$(13)(15) + 14 = 195 + 14 = D \Rightarrow D = 209$$

25. Encontrar el valor de “a”.

Figura 5-29 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 18

☞ **Regla:** $\sqrt{a+b} = c$

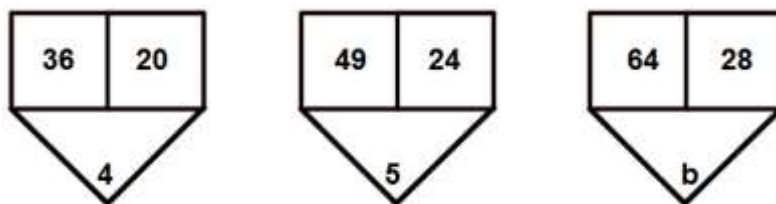
$$\sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{9+7} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{17+8} = \sqrt{25} = a \Rightarrow a = 5$$

26. Encontrar el valor de “b”.

Figura 5-30 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 18

☞ **Regla:** $\sqrt{a-b} = c$

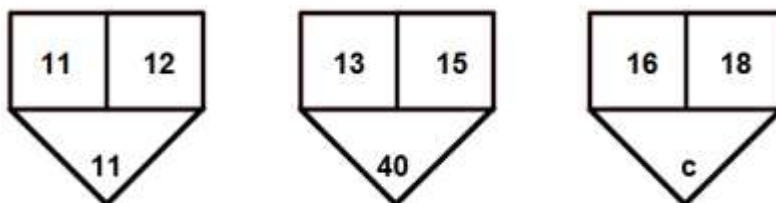
$$\sqrt{36-20} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{49-24} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{64-28} = \sqrt{36} = b \Rightarrow b = 6$$

27. Encontrar el valor de “c”.

Figura 5-31 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 20

☞ **Regla:** $(a) + (b)^2 = c$

$$(1+1) + (1+2)^2 = (2) + (3)^2 = 2 + 9 = 11$$

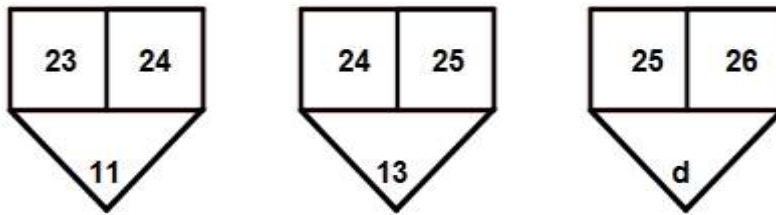
$$(1+3) + (1+5)^2 = (4) + (6)^2 = 4 + 36 = 40$$

$$(1+6) + (1+8)^2 = (7) + (9)^2 = 7 + 81 = C$$

$$C = 88$$

28. Encontrar el valor de “d”.

Figura 5-32 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 20

☞ **Regla:** $(b)^2 - (a)^2 = c$

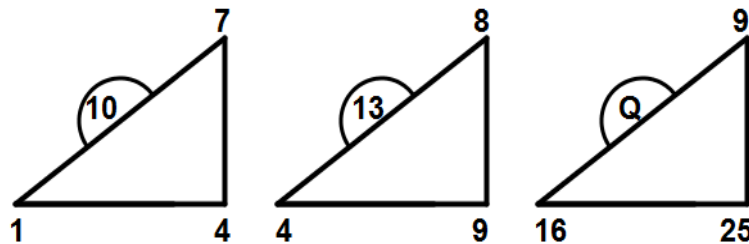
$$(2+4)^2 - (2+3)^2 = (6)^2 - (5)^2 = 36 - 25 = 11$$

$$(2+5)^2 - (2+4)^2 = (7)^2 - (6)^2 = 49 - 36 = 13$$

$$(2+6)^2 - (2+5)^2 = (8)^2 - (7)^2 = 64 - 49 = D \Rightarrow D = 15$$

29. Encontrar el valor de “Q”.

Figura 5-33 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 21

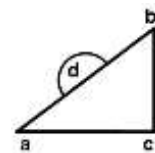
☞ **Regla:** $\sqrt{a} + \sqrt{c} + b = d$

$$\sqrt{1} + \sqrt{4} + 7 = 1 + 2 + 7 = 10$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} + 8 = 2 + 3 + 8 = 13$$

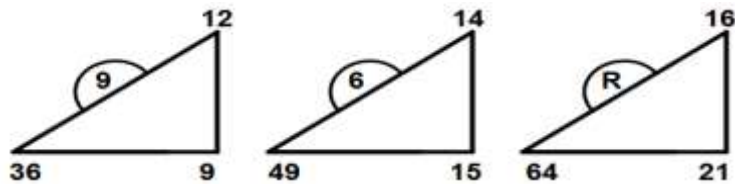
$$\sqrt{16} + \sqrt{25} + 9 = 4 + 5 + 9 = Q$$

$$Q = 18$$



30. Encontrar el valor de “R”.

Figura 5-34 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 21

☞ **Regla:** $b + \sqrt{a} - c = d$

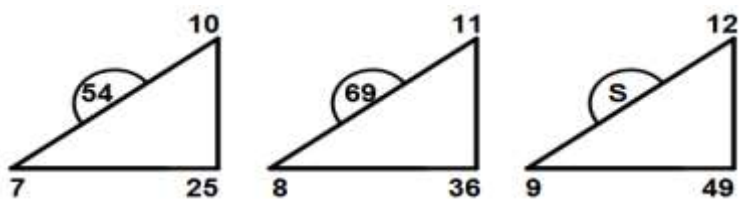
$$12 + \sqrt{36} - 9 = 12 + 6 - 9 = 18 - 9 = 9$$

$$14 + \sqrt{49} - 15 = 14 + 7 - 15 = 21 - 15 = 6$$

$$16 + \sqrt{64} - 21 = 16 + 8 - 21 = 24 - 21 = R \Rightarrow R = 3$$

31. Encontrar el valor de “S”.

Figura 5-35 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 22

☞ **Regla:** $a^2 + b - \sqrt{c} = d$

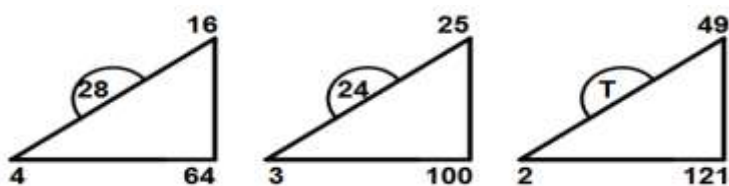
$$(7)^2 + 10 - \sqrt{25} = 49 + 10 - 5 = 54$$

$$(8)^2 + 11 - \sqrt{36} = 64 + 11 - 6 = 69$$

$$(9)^2 + 12 - \sqrt{49} = 81 + 12 - 7 = 86 \Rightarrow S = 86$$

32. Encontrar el valor de “T”.

Figura 5-36 Diagrama de una analogía numérica



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 22

☞ **Regla:** $a^2 + \sqrt{b} + \sqrt{c} = d$

$$(4)^2 + \sqrt{16} + \sqrt{64} = 16 + 4 + 8 = 28$$

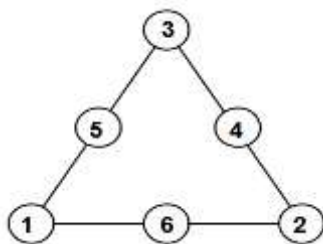
$$(3)^2 + \sqrt{25} + \sqrt{100} = 9 + 5 + 10 = 24$$

$$(2)^2 + \sqrt{49} + \sqrt{121} = 4 + 7 + 11 = S \Rightarrow S = 22$$

5.3. Distribuciones numéricas

1. Sea el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Figura 5-37 Distribución numérica en un triángulo

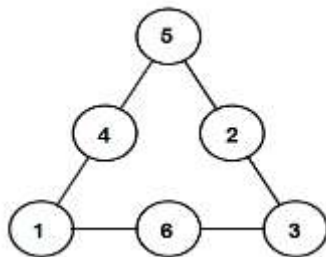


Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 23

Ubicar los números del conjunto A en cada círculo de la figura de manera que la adición de cada lado sea igual a 9.

2. Sea el conjunto $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Figura 5-38 Distribución numérica en un triángulo

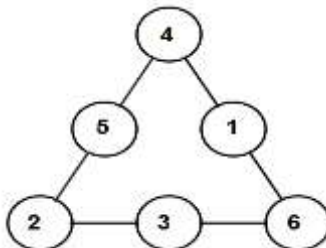


Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 23

Ubicar los números del conjunto A en cada círculo de la figura de manera que la adición de cada lado sea igual a 10.

3. Sea el conjunto $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Figura 5-39 Distribución numérica en un triángulo

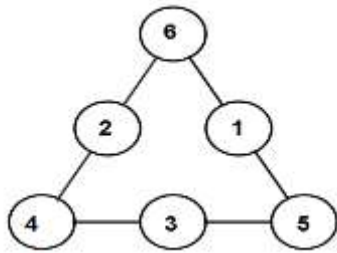


Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 24

Ubicar los números del conjunto A en cada círculo de la figura de manera que la adición de cada lado sea igual a 11.

4. Sea el conjunto $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Figura 5-40 Distribución numérica en un triángulo



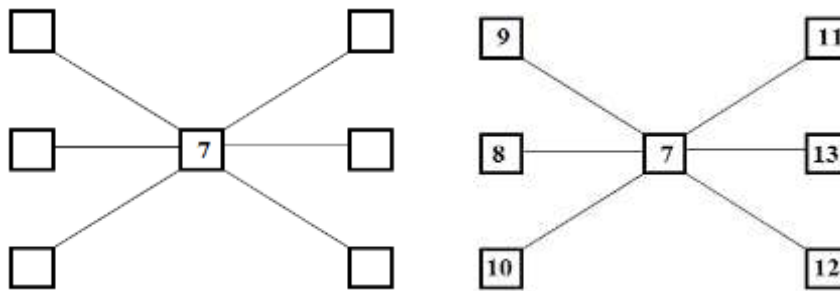
Ubicar los números del conjunto D en cada círculo del triángulo, de manera que la adición de cada lado sea igual a 12.

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 24

5. Sea el conjunto $E = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

Ubicar los números del conjunto E en cada uno de los cuadrados, de tal manera que la suma de cada línea sea 28.

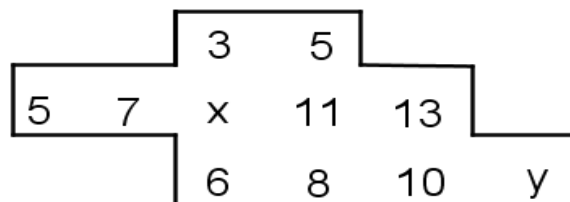
Figura 5-41 Distribución numérica en cuadrados



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 25

6. Sea la distribución: ¿Cuál es el valor de $x + y$?

Figura 5-42 Distribución numérica pares e impares



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 01 – 25

La distribución consta de tres filas y seis columnas incompletas.

F(1) Se tiene dos números impares 3 y 5

F(2) Los números son: 5, 7, x, 11 y 13. (Impares consecutivos)

F(3) Números pares consecutivos: 6, 8, 10, y

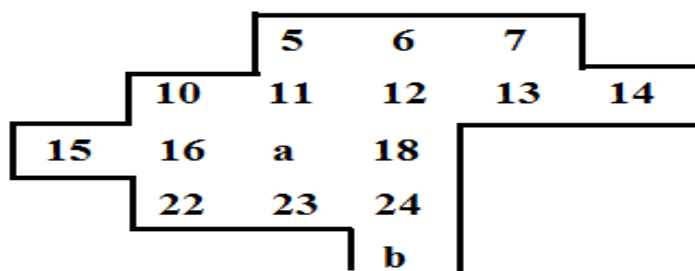
Se observa en **F(2)** los números impares consecutivos, entonces $x = 9$

En **F(3)** números pares consecutivos, entonces $y = 12$

Si aplicamos la adición para buscar el valor pedido, si reemplazamos de $x + y = 9 + 12$, entonces: $x + y = 21$.

7. En la distribución. ¿Cuál es el valor de $b - a$?

Figura 5-43 Distribución de números consecutivos



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 26

La distribución consta de cinco filas.

F(1) Se observa tres números consecutivos 5, 6 y 7.

F(2) Se tiene cinco números consecutivos: 10, 11, 12, 13 y 14.

F(3) Los números consecutivos son: 15, 16, a, 18, el que falta es, $a = 17$

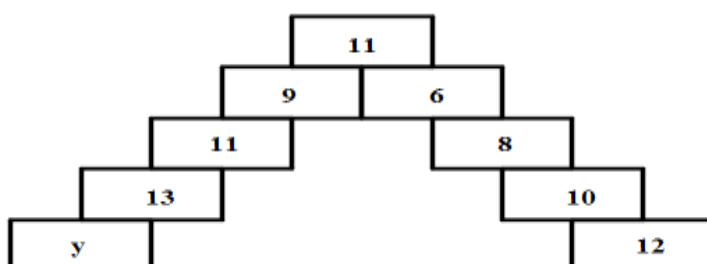
F(4) Se observa tres números consecutivos: 22, 23 y 24.

F(5) En esta fila tiene la letra b, entonces, la sucesión en esta columna y sus elementos son: 6, 12, 18, 24 y b; a su vez el valor de $b = 30$

La solución es: $b - a = 30 - 17$, entonces, $b - a = 13$

8. En la distribución numérica: ¿Cuál es el valor de y?

Figura 5-44 Distribución numérica para formar una sucesión



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 26

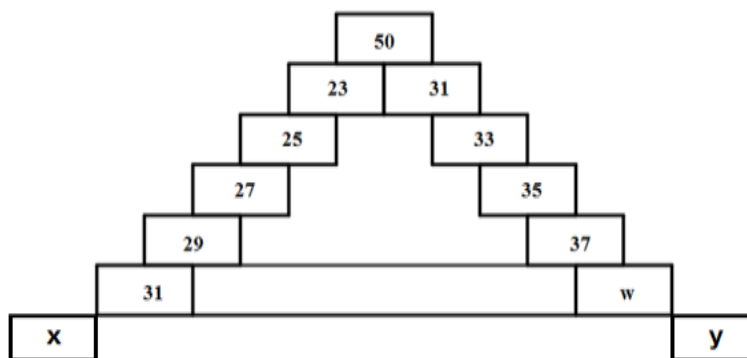
El número 11 que está en la parte superior de la pirámide, es el número inicial, seguidamente se aplica la adición de las dos cantidades, hacia abajo: $(9 + 6 = 15)$; hasta conseguir el valor de y .

$$\begin{aligned}
 &11 \\
 &9 + 6 = 15 \\
 &11 + 8 = 19 \\
 &13 + 10 = 23 \\
 &y + 12 = 27 \\
 &y = 27 - 12, \text{ entonces, } y = 15
 \end{aligned}$$

Se obtiene una sucesión de números sumados 4 al primero y está en forma ascendente (11, 15, 19, 23, 27)

9. Sea la distribución numérica: ¿Cuál es el valor de w ?

Figura 5-45 Distribución numérica para formar una sucesión



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 27

Calcular los valores de x e y .

El número 50 que está en la parte superior de la pirámide, es el número inicial, luego se realiza la adición de las dos cantidades, hacia abajo: $(23 + 31 = 54)$; hasta alcanzar el valor de w .

$$\begin{aligned}
 &50 \\
 &23 + 31 = 54 \\
 &25 + 33 = 58 \\
 &27 + 35 = 62 \\
 &29 + 37 = 66 \\
 &31 + w = 70 \\
 &w = 70 - 31, \text{ entonces, } w = 39
 \end{aligned}$$

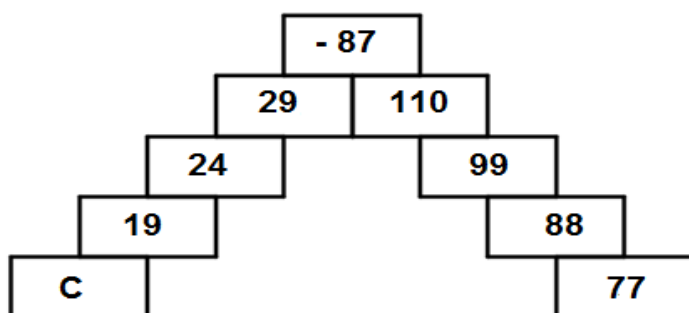
Se conserva una sucesión de números sumando 4 al primero, y está en forma ascendente (50, 54, 58, 62, 66, 70) y son números pares.

Como los números del lado izquierdo son: 23, 25, 27, 29, 31, x; entonces $x = 33$; en cambio, los números de la derecha: 31, 33, 35, 37, 39 = w, 41.

Por consiguiente $x = 31$, $y = 41$ representan los números buscados.

10. En la distribución: ¿Cuál es el valor de C?

Figura 5-46 Distribución numérica para formar una sucesión



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 27

El número – 87 que está en la parte superior de la pirámide, es el número inicial, se realiza la sustracción de las cantidades, hacia abajo: $(29-110= - 81)$; hasta obtener el valor de C.

$$- 87$$

$$29 - 110 = - 81$$

$$24 - 99 = - 75$$

$$19 - 88 = - 69$$

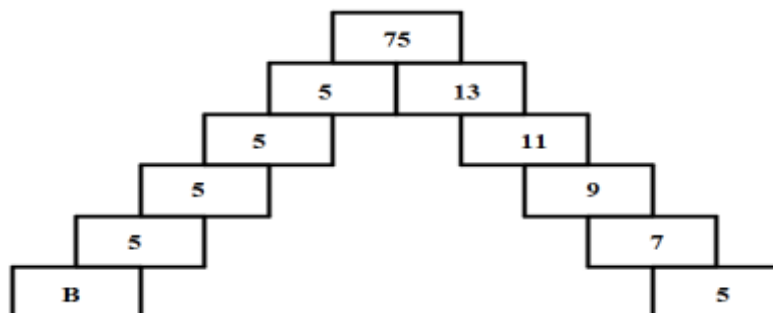
$$C - 77 = - 63$$

$$C = - 63 + 77, \text{ entonces, } C = 14$$

Se adquiere una sucesión de números sumando (- 6) al primero y está en forma ascendente (- 87, - 81, - 75, - 69, - 63).

11. En la distribución numérica: ¿Cuál es el valor de B?

Figura 5-47 Distribución numérica para formar una sucesión



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 28

El número 75 que está en la parte superior de la pirámide, es el número inicial, aplica el producto de las dos cantidades siguientes, hacia abajo: ($5 \cdot 13 = 75$); hasta conseguir el valor de B.

75

$$5 \cdot 13 = 65$$

$$5 \cdot 11 = 55$$

$$5 \cdot 9 = 45$$

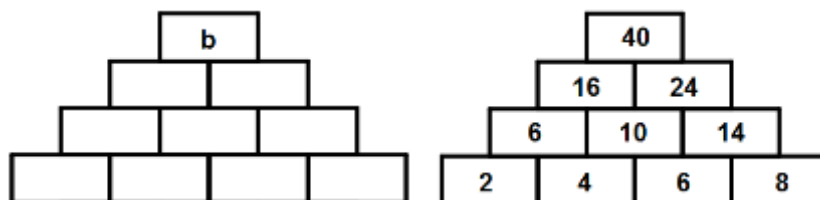
$$5 \cdot 7 = 35$$

$B \cdot 5 = 25$, entonces. Se tiene una sucesión de números, está en forma descendente (75, 65, 55, 45, 35, 25).

5.4. Distribución numérica en pirámides

1. Sea el conjunto $B = \{2, 4, 6, 8\}$. ¿Cuál es el valor de b?

Figura 5-48 Pirámide para adicionar números pares



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 28

Distribuir y escribir los números pares conjunto B. Si adicionamos par + par = par

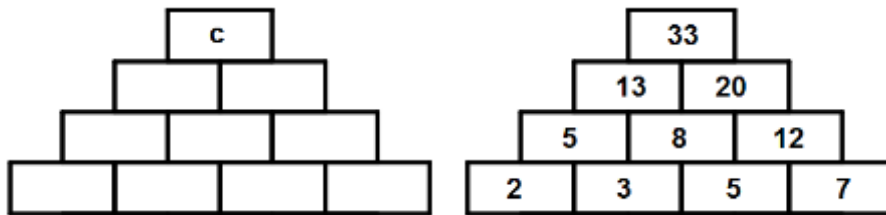
F(1) $2 + 4 = 6$; $4 + 6 = 10$; $6 + 8 = 14$; se ubican en F(2). Múltiplos del 2

F(2) $6 + 10 = 16$; $10 + 14 = 24$; se ubican en F(3). Pares y múltiplos de 2

F(3) $16 + 24 = 40$; se ubica en F(4), entonces el valor de b = 40

2. Sea el conjunto $C = \{ 2, 3, 5, 7 \}$. ¿Cuál es el valor de c ?

Figura 5-49 Pirámide para adicionar números primos



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 29

Distribuir y escribir los números primos del conjunto C . Si adicionamos par + impar = impar; impar + impar = impar.

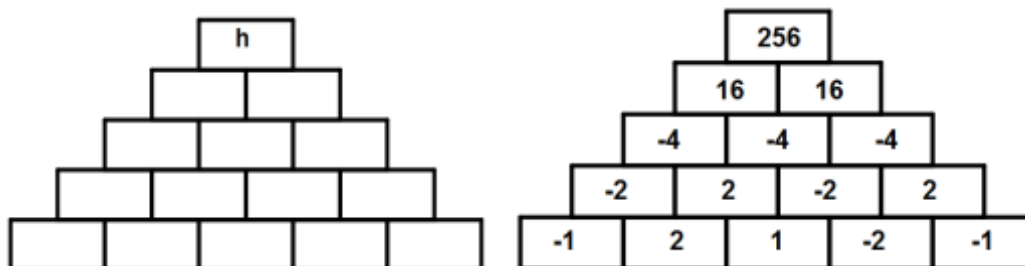
F(1) $2 + 3 = 5$; $3 + 5 = 8$; $5 + 7 = 12$; se ubican en la $F(2)$.

F(2) $5 + 8 = 13$; $8 + 12 = 20$; se ubican en $F(3)$.

F(3) $13 + 20 = 33$; se ubica en $F(4)$, entonces el valor buscado de $c = 33$.

3. Sea el conjunto $D = \{ -1, 2, 1, -2 \}$. ¿Cuál es el valor de h ?

Figura 5-50 Pirámide para multiplicar números positivos y negativos



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 29

Distribuir y escribir los números dados del conjunto D , pero consta de cinco bloques, se repite el (-1) en el último bloque.

F(1) $(-1)(2) = -2$; $(2)(1) = 2$; $(1)(-2) = -2$; $(-2)(-1) = 2$

F(2) $(-2)(2) = -4$; $(2)(-2) = -2^2 = -4$; $(-2)(2) = -2^2 = -4$

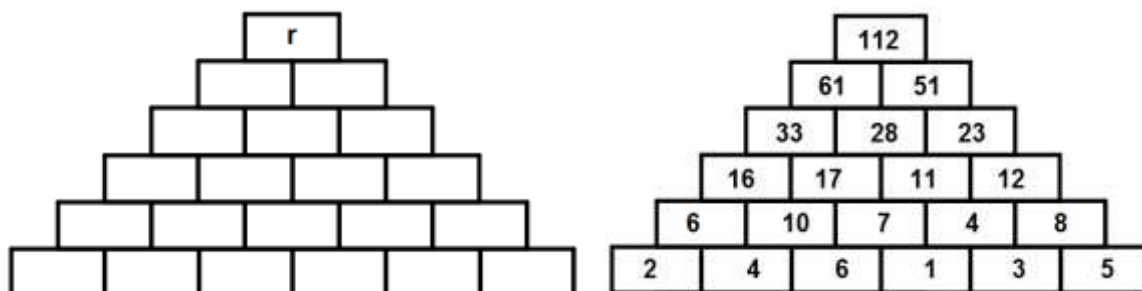
F(3) $(-4)(-4) = 16 = 2^4$; $(-4)(-4) = 16 = 2^4$

F(4) $(2^4)(2^4) = 2^8 = 256$. Representa el valor de $h = 256$.

Entonces se aplicó la potencia de base 2.

4. Sea el conjunto $R = \{2, 4, 6, 1, 3, 5\}$. ¿Cuál es el valor de r ?

Figura 5-51 Pirámide para aplicar la propiedad conmutativa



Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 30

Distribuir y escribir los números dados del conjunto R .

F(1) $2 + 4 = 6$; $4 + 6 = 10$; $6 + 1 = 7$; $1 + 3 = 4$; $3 + 5 = 8$.

F(2) $6 + 10 = 16$; $10 + 7 = 17$; $7 + 4 = 11$; $4 + 8 = 12$.

F(3) $16 + 17 = 33$; $17 + 11 = 28$; $11 + 12 = 23$.

F(4) $33 + 28 = 61$; $28 + 23 = 51$;

F(5) $61 + 51 = 112$, representa el valor de r , (se intercambié 2, 4, 6, 1, 3 y 5) aplicando la propiedad conmutativa.

5.5. Otras distribuciones de matrices numéricas

1. Se dan dos grupos de distribuciones numéricas

Figura 5-52 Matrices para calcular la adición y división

12	16	14	17	38	11
15	21	12	17	91	18
18	26	a	17	53	b

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 30

Regla: $\forall c, b, a$; $\forall a, c, b$ si $\frac{c+b}{n}$ y $\frac{a+c}{n}$

Procedemos a calcular el valor pedido en cada una de las matrices:

De la primera matriz, se obtiene el valor de “a”:

$$\frac{12+16}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

$$\frac{15+21}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

$$\frac{18+26}{4} = \frac{44}{4} = 11 = a \Rightarrow a = 11$$

De la segunda matriz, se obtiene el valor de “b”.

$$\frac{17+38}{5} = \frac{55}{5} = 11$$

$$\frac{17+91}{6} = \frac{108}{6} = 18$$

$$\frac{17+53}{7} = \frac{70}{7} = 10 = b \Rightarrow b = 10$$

Si, $a = 11$ y $b = 10$, encontrar las siguientes operaciones:

- a. Buscar la tercera parte del valor de: $a + b$.

$$\frac{a+b}{3} = \frac{11+10}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

- b. Encontrar la cuarta parte del valor de: $4a + 2b$.

$$\frac{4a+2b}{4} = \frac{4(11)+2(10)}{4} = \frac{44+20}{4} = \frac{64}{4} = 16$$

- c. Hallar el valor de: $3a + 2b$.

$$3a + 2b = 3(11) + 2(10) = 33 + 20 = 53$$

- d. Calcular el valor de: $2a + 2b$.

$$2a + 2b = 2(11) + 2(10) = 22 + 20 = 42$$

2. Se dan dos grupos de distribuciones numéricas.

Figura 5-53 Matrices para calcular la adición y sustracción

49	63	112	68	93	25
54	71	125	75	96	21
59	78	c	82	99	d

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 31

☞ **Regla:** $\forall a, b, c; \forall a, b, d$ si $a + b = c$ y $b - a = d$

Se calcula los valores pedidos en cada una de las matrices numéricas:

De la primera matriz, se obtiene el valor de “c”.

$$49 + 63 = 112$$

$$54 + 71 = 125$$

$$59 + 78 = c \Rightarrow c = 137$$

De la segunda matriz, se obtiene el valor de “d”:

$$93 - 68 = 25$$

$$96 - 75 = 21$$

$$99 - 82 = d \Rightarrow d = 17$$

Si, $c = 137$ y $d = 17$, calcular los valores de las siguientes opciones:

a. $c + d$. Entonces: $c + d = 137 + 17 = 154$

b. La mitad de $c - d$. Entonces: $\frac{c - d}{2} = \frac{137 - 17}{2} = \frac{120}{2} = 60$

c. La tercera parte de $c - d$. Entonces, $\frac{c - d}{3} = \frac{137 - 17}{3} = \frac{120}{3} = 40$

d. La cuarta parte de $c - d$. Entonces, $\frac{c - d}{4} = \frac{137 - 17}{4} = \frac{120}{4} = 30$

e. La quinta parte de $c - d$. Entonces, $\frac{c - d}{5} = \frac{137 - 17}{5} = \frac{120}{5} = 24$

f. $10d - c$. Entonces, $10d - c = 10(17) - 137 = 170 - 137 = 33$.

Tabla 5-5 Respuestas del problema 2 (a, b, c, d, e y f)

Literales	A	B	C	D
a.	154*	120	116	155
b.	50	60*	70	80
c.	15	30	40*	45
d.	10	20	36	30*
e.	18	30	24*	12
f.	13	33*	23	32

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 01 – 23

3. Se dan dos grupos de distribuciones numéricas.

Figura 5-54 Matrices para calcular división y multiplicación

4	16	64	12	60	5
6	14	84	16	112	6
8	p	96	20	q	7

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 31

☞ **Regla:** $\forall o, p, q; \forall p, q, r; \frac{q}{o}$ si $o \neq 0$; $p.r = q$

Calculamos los valores pedidos en cada una de las matrices numéricas:

De la primera matriz, se obtiene el valor de “p”:

$$64:4=16$$

$$84:6=14$$

$$96:8=p \Rightarrow p=12$$

De la segunda matriz, se obtiene el valor de “q”:

$$(12)(5)=60$$

$$(16)(6)=96$$

$$(20)(7)=q \Rightarrow q=140$$

Si, $p=12$ y $q=140$.

Calcular operaciones siguientes:

- a. $p+2q$. Entonces, $p+2q=12+2(140)=12+280=292$
- b. $2p+q$. Entonces, $2p+q=12(2)+140=24+140=164$
- c. $12p-q$. Entonces, $12p-q=12(12)-140=144-140=4$
- d. $14p-q$. Entonces, $14p-q=14(12)-(140)=168-140=28$
- e. $\frac{p}{2}+\frac{q}{4}$. Entonces, $\frac{p}{2}+\frac{q}{4}=\frac{12}{2}+\frac{140}{4}=6+35=41$
- f. $-\frac{p}{4}-\frac{q}{5}$, Entonces, $-\frac{p}{4}-\frac{q}{5}=-\frac{12}{4}-\frac{140}{5}=-3-28=-31$

Tabla 5-6 Respuestas del problema 3 (a, b, c, d, e y f)

Literales	A	B	C	D
a.	292 *	250	230	198
b.	120	164 *	142	125
c.	10	12	4 *	16
d.	28	24	26	28 *
e.	34	41 *	54	49
f.	30	31	-31 *	23

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 01 – 23

4. Se dan dos grupos de distribuciones numéricas.

Figura 5-55 Matrices para calcular la división y sustracción

64	4	18	35	5	15
75	5	17	48	6	14
48	6	c	51	7	d

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 03 – 31

☞ **Regla:** $\forall a, b, c; \forall e, f, d; a/b = c; b \neq 0; e - f = d/n$

Se calcula los valores pedidos en cada una de las matrices numéricas:

De la primera matriz, se obtiene el valor de “**c**”:

$$64 : 4 = 16 + 2 = 18$$

$$75 : 5 = 15 + 2 = 17$$

$$48 : 6 = 8 + 2 = c \Rightarrow c = 10$$

De la segunda matriz, se obtiene el valor de “**d**”:

$$35 - 5 = 30; 30 : 2 = 15$$

$$48 - 6 = 42; 42 : 3 = 14$$

$$51 - 7 = 44; 44 : 4 = d \Rightarrow d = 11$$

Calcular las operaciones siguientes:

- a. $c + d$, entonces, $c + d = 10 + 11 = 21$
- b. $3c - 4d$, entonces, $3c - 4d = 3(10) - 4(11) = 30 - 44 = -14$
- c. $2c + 3d$, entonces, $2c + 3d = 2(10) + 3(11) = 20 + 33 = 53$
- d. $4c - d$, entonces, $4c - d = 4(10) - 11 = 40 - 11 = 29$

Tabla 5-7 Respuestas del problema 4 (a, b, c y d)

Literales	A	B	C	D
a.	31	41	21 *	51
b.	24	-14 *	14	12
c.	53 *	63	43	33
d.	10	19	28	29 *

Elaborado por: Cunachi O. 2014 – 01 – 23

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFIA

BECERRA, J. (2 005). Constructivismo Pedagógico.

<http://ision-universitaria.blogspot.com/2005/09/el-constructivismo-pedaggicoanlisis.html>

2 015 – 01 – 02

CANALS, A. (2 008). Razonamiento Lógico.

<http://es.slideshare.net/EstherOmerique/razonamiento-lgico-matemtico>

2 015 – 01 – 03

CARMONA, C. (2007). matematicss.

<http://matematicss.blogspot.com/2007/09/la-matemtica-y-su-importancia.html>

2 015 – 01 – 04

CARRETERO¹, J. (2008). Planeación estratégica. México.

<http://planeacion-estrategica.blogspot.com/>

2015 – 01 – 05

CARRETERO², J. (2008). Planeación Estratégica. Planeación estratégica.

<http://planeacion-estrategica.blogspot.com/>

2 015 – 01 – 06

CASTILLO, P. (2011). Psicopedagogía.

<http://www.psicopedagogia.com/definicion/aprender%20a%20aprende>

2 015 – 01 – 07

CERVANTES, J. (2012). Constructivismo.

<http://es.slideshare.net/joseccervantes12/constructivismo-14210234>

2 015 – 01 – 08

COLL, C. (1998). Teorías del Aprendizaje. Universidad de Barcelona.

<http://uotic-grupo6.wikispaces.com/Constructivismo>

2 015 – 01 – 10

DELGADO, Z. (2012). Pensamiento Numérico.

<http://zolecita-delgado.blogspot.com/2012/05/pensamiento-numerico.html>

2 015 – 01 – 12

DÍAZ-HERNÁNDEZ¹. (1992). Estrategias Activas.

<http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/biblioteca/articulos/pdf/estrate.pdf>

2 015 – 01 – 14

DÍAZ-HERNÁNDEZ². (1999). Aprendizaje Significativo.

<http://www.buenastareas.com/materias/frida-d%C3%ADaz-barriga-arceo-gerardo-hern%C3%A1ndez-rojas-estrategias-docentes-para-un-aprendizaje-significativo-una-interpretaci%C3%B3n-constructivista-mcgraw-hill-m%C3%A9xico-1999/0>

2 015 – 01 – 15

DÍAZ-HERNÁNDEZ³. (1999). Estategias.

http://www.urosario.edu.co/CGTIC/Documentos/estategias_docentes.pdf

2 015 – 01 – 16

DICCIONARIO¹, D. (2007). Razonamiento Deductivo.

<http://www.definicionabc.com/comunicacion/razonamiento-deductivo.php>

2 015 – 01 – 17

DICCIONARIO², D. (2013). Razonamiento inductivo.

<http://ejerciciode.com/ejemplos-de-razonamiento-inductivo-y-de-razonamiento-deductivo/>

2 015 – 01 – 19

EDUCAR. (2008). Razonamiento Abstracto.

<http://definicion.de/razonamiento-abstracto/>

2 015 – 01 – 20

FERNÁNDEZ¹, j. (1992). PASOS Y ESTRATEGIAS.

<http://manuelgross.bligoo.com/content/view/1016816/Los-pasos-y-estrategias-a-considerar-en-la-resolucion-de-problemas.html>

2 015 – 01 – 22

FERNÁNDEZ², J. (2013). Desarrollo del Pensamiento Lógico.

<http://www.grupomayeutica.com/documentos/desarrollomatematico.pdf>

2 015 – 01 – 27

GUSTAVO, R. (2013). ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE.

[http://www.csicsif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_23/GUSTAVO
_ ADOLFO_ROMERO_BAREA02.p](http://www.csicsif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_23/GUSTAVO_ADOLFO_ROMERO_BAREA02.p)

2 015 – 01 – 29

MINISTERIO DE EDUCACIÓN¹, E. (2010). Fortalecimiento Curricular.

http://web.educacion.gob.ec/_upload/10mo_anio_MATEMATICA.pdf

2 015 – 02 – 11

OLVERA. (2008). RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO.

<http://www.slideshare.net/EstherOmerique/razonamiento-lgico-matemtico-446410>

2 015 – 03 – 12

PALMA, C. (2 009). Página. (10, 11, 12). Estrategias activas, creativas y recreativas y su incidencia en el desarrollo del razonamiento lógico matemático en el área de matemática en el Séptimo año de educación Básica de la Escuela de Aplicación Pedagógica del ISPED “23 de septiembre”. Universidad Tecnológica Equinoccial.

2 013 – 09 – 10

PRADO, T. ENRÍQUEZ P. M. ENRÍQUEZ M. (2 008). Conocimientos Pedagógicos y Razonamiento lógico verbal para maestros.

2 013 – 09 – 15

RAGNI, M. (2012). Enfoque Constructivista.

[http://www.monografias.com/trabajos69/enfoque-constructivista-procesos-ensenanza-
aprendizaje/enfoque-constructivista-procesos-ensenanza-aprendizaje2.shtml](http://www.monografias.com/trabajos69/enfoque-constructivista-procesos-ensenanza-aprendizaje/enfoque-constructivista-procesos-ensenanza-aprendizaje2.shtml)

2 015 – 03 – 16

RODOLFO, R. (2012). Razonamiento.

<http://es.wikipedia.org/wiki/Razonamiento>

2 015 – 03 – 19

SANTILLANA¹, Aptitud Numérica¹. **Tomo 5**. Analogías y suseciones numéricas, (2012)
2 013 – 11 – 12

SANTILLANA², Aptitud Numérica². **Tomo 6**. Analogías y sucesiones numéricas, (2012)
2 013 – 11 – 19

SANTILLANA³, Aptitud Numérica³. **Tomo 7**. Distribuciones numéricas, (2012)
2 013 – 11 – 25

SANTILLANA⁴, Aptitud Numérica³. **Tomo 8**. Razonamiento lógico y abstracto. (2012)
2 013 – 11 – 27

TUAPANTA, J. (2014). Pág. 30, 39 y 40. La matemática recreativa y su incidencia en el desarrollo del razonamiento lógico - matemático de los estudiantes de primer semestre de la escuela de diseño gráfico de la ESPOCH.
2 015 – 04 – 06

URQUIZO, A. (2005). Página (37 y 38). Cómo realizar la tesis o una investigación, Ed. Gráficas Riobamba.
2 013 – 10 – 20

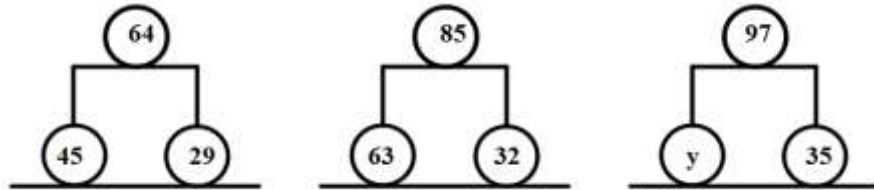
ANEXOS

ANEXO A

PRUEBA DIAGNÓSTICA

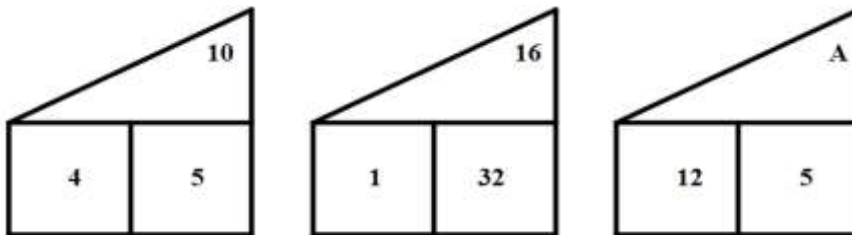
RAZONAMIENTO LÓGICO – MATEMÁTICO

1. Utilizando operaciones aritméticas, determinar el valor de “y” su respuesta:



- a. 51 b. 52 c. 53 d. 54

2. Buscar la quinta parte del número que le falta en la analogía:



- a. 4 b. 5 c. 6 d. 7

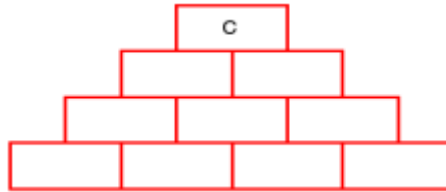
3. Hallar el valor de “x” en la sucesión: 12, 15, 19, 24, x; su valor es:

- a. 28 b. 29 c. 30 d. 31

4. Hallar el valor de “m” en la sucesión: -19, -13, -7, -1, 5, 11, m; su valor es:

- a. 14 b. 15 c. 16 d. 17

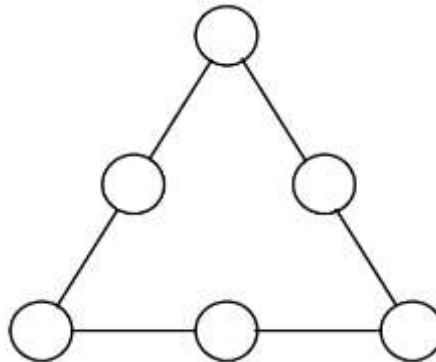
5. Los cuatro numerales: 3, 5, 7 y 9 escribir al frente de cada bloque de la base de una pirámide, un número por bloque. En el bloque de la segunda fila de la pirámide, se escribe el resultado de la suma entre los números escritos en los dos bloques que lo “sostienen” el bloque sobre la cual se está escribiendo, tal como se ilustra en la figura: ¿Cuánto vale el valor de C?.



- a. 46 b. 47 c. 48 d. 49

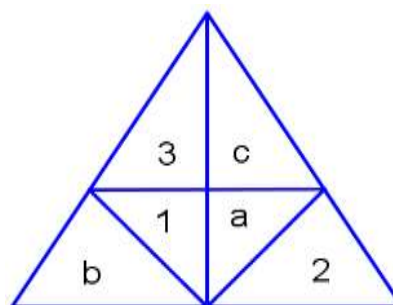
6. Sea el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Ubicar los números del conjunto A en cada uno de los círculos del triángulo, de manera que la suma de cada lado sea 12.



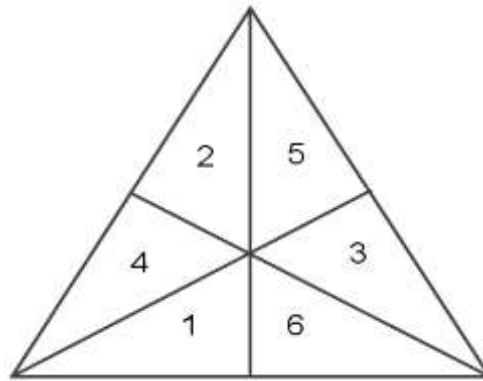
7. En la figura adjunta. ¿Cuántos triángulos existen?.

Razonamiento Abstracto



- a. 10 b. 11 c. 12 d. 13

8. ¿Cuántos triángulos puede contar en la figura adjunta?.






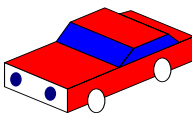

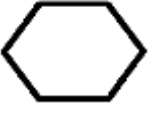
- a. 9 b. 10 c. 11 d. 12

9. Se tiene tres cajas de pinturas de diferentes colores. La primera contiene 24 pinturas, la segunda contiene la mitad de la primera y la tercera contiene un tercio de la segunda. ¿Cuántas pinturas tengo en total?.



- a. 12 b. 44 c. 38 d. 40

10. ¿Qué figura geométrica no le pertenece al grupo que puede observar?. Cierre en un círculo el literal que corresponda.

					
A	b	c	d	e	f

Firma de estudiante

ANEXOS

ANEXO B

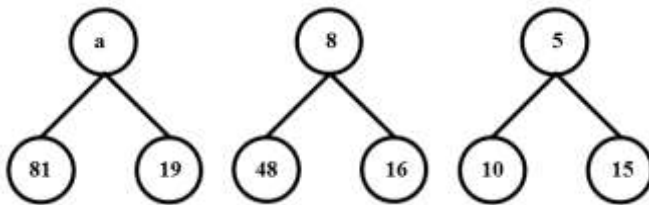
PRUEBA FINAL

1. Hallar el número (x) que hace falta en la matriz y su número es:

62	72	17
43	34	14
23	24	(X)

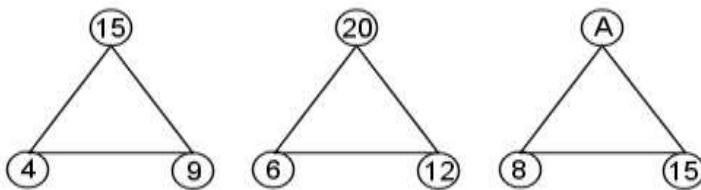
- a. 10 b. 11 c. 12 d. 13

2. Hallar el valor (a) que hace falta en la analogía y su número es:



- a. 8 b. 9 c. 10 d. 11

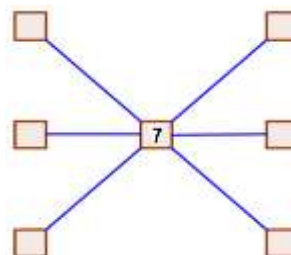
3. Hallar el valor de (A) que hace falta en la analogía y su número es:



- a. 22 b. 23 c. 24 d. 25

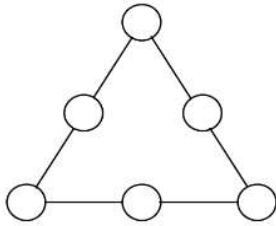
4. Sea el conjunto $E = \{ 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 \}$

Ubicar los elementos del conjunto E en cada uno de los cuadrados, de tal manera que la suma de cada línea sea 28.



5. Sea el conjunto $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

Ubicar los elementos del conjunto B en cada uno de los círculos del triángulo, de manera que la adición en cada lado sea igual a 10.



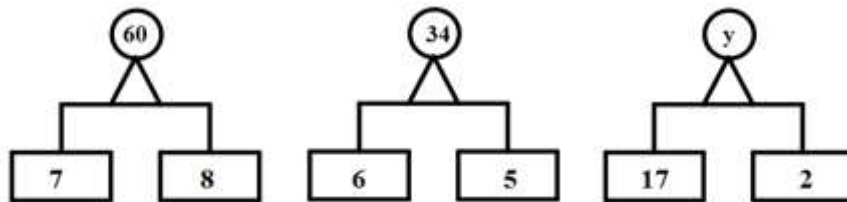
1. El conjunto B ¿Cuántos elementos tiene?: _____
2. Del conjunto B ¿Qué elemento es el mayor?. _____
3. Del conjunto B ¿Qué elemento es el menor?. _____

6. Encontrar el valor de W en la serie, su número es:

3, 6, 7, 14, 15 30, 31, w

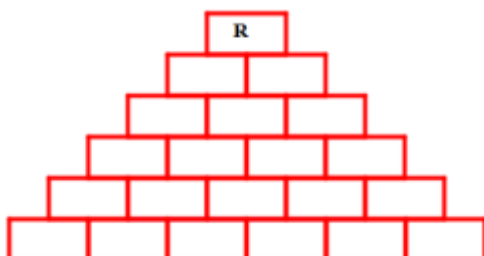
- a. 60 b. 62 c. 64 d. 66

7. Buscar el valor que hace falta en la analogía, su valor es:



- a. 26 b. 28 c. 34 d. 38

8. Los seis dígitos 1, 2, 3, 4, 5, y 6 escribir al frente de cada bloque de la base de una pirámide, un número por bloque. En el bloque de la segunda fila de la pirámide, se escribe el resultado de la suma entre los números escritos en los dos bloques que lo “sostienen” el bloque sobre la cual se está escribiendo. ¿Cuánto vale el valor de R?.



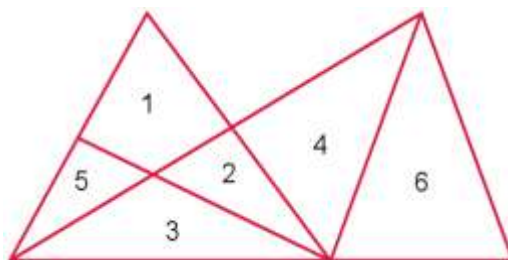
1. Formar la serie de la FILA 1

2. Formar la serie de la FILA 2

- a. 110 b. 112 c. 120 d. 114

RAZONAMIENTO ABSTRACTO

9. ¿Cuántos triángulos puedes contar en la figura adjunta?. Su número es:



a. 12

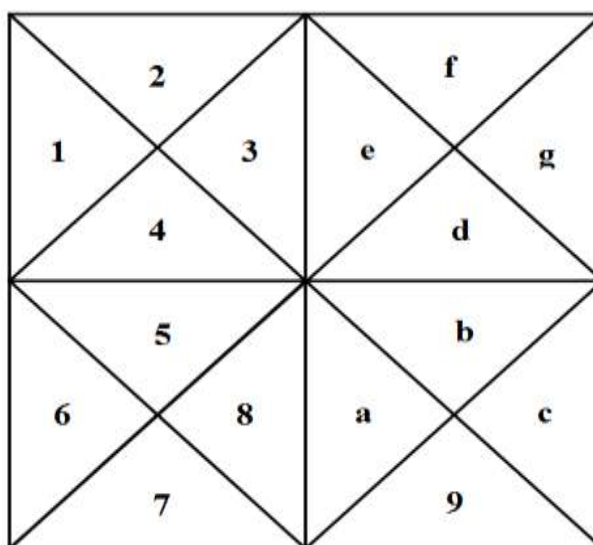
b. 14

c. 16

d. 13

RAZONAMIENTO ABSTRACTO

10. ¿Cuántos triángulos existe en la figura adjunta?. Su número es:



a. 40

b. 38

c. 36

d. 32

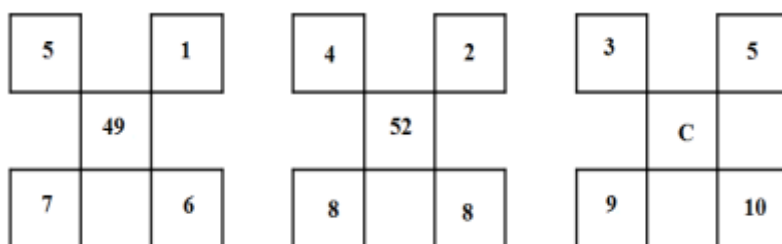
Firma del estudiante

ANEXOS

ANEXO C

PROBLEMAS DESARROLLADOS

1. Encontrar el valor de “C”.



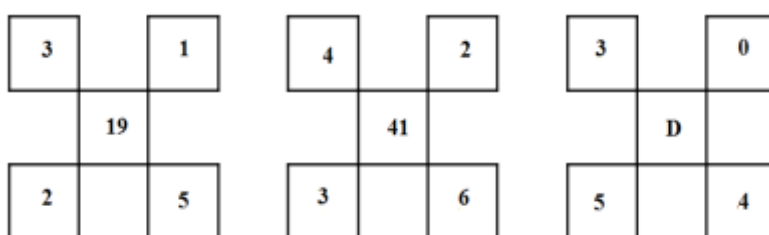
☞ Regla: $(b + c) + (a + d)^2$

$$(7 + 6) + (5 + 1)^2 = (13) + (6)^2 \Rightarrow 13 + 36 = 49$$

$$(8 + 8) + (4 + 2)^2 = (16) + (6)^2 \Rightarrow 16 + 36 = 52$$

$$(9 + 10) + (3 + 5)^2 = (19) + (8)^2 ; 19 + 64 = C \Rightarrow C = 83$$

2. Encontrar el valor de “D”.



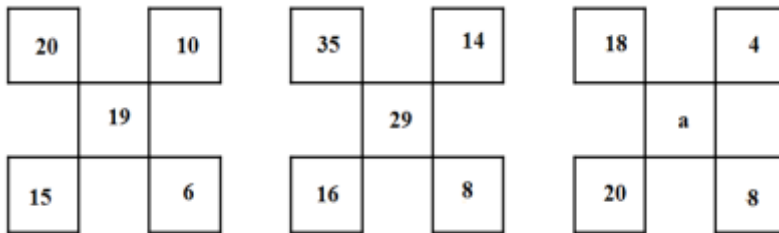
☞ Regla: $(a + b)^2 - (d + c) = ?$

$$(3 + 2)^2 - (1 + 5) = (5)^2 - (6) \Rightarrow 25 - 6 = 19$$

$$(4 + 3)^2 - (2 + 6) = (7)^2 - (8) \Rightarrow 49 - 8 = 41$$

$$(3 + 5)^2 - (0 + 4) = (8)^2 - (4) ; 64 - 4 = D \Rightarrow D = 60$$

3. Encontrar el valor de “a”.



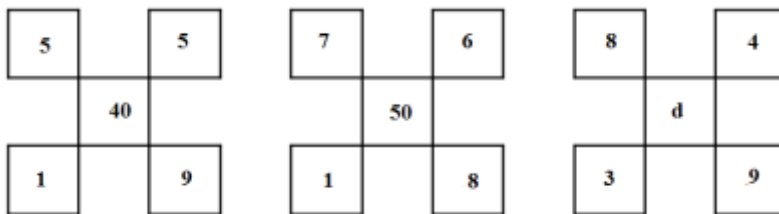
☞ **Regla:** $(a+b) - (d+c) = ?$

$$(20+15) - (10+6) = (35) - (16) \Rightarrow 35 - 16 = 19$$

$$(35+16) - (14+8) = (51) - (22) \Rightarrow 51 - 22 = 29$$

$$(18+20) - (4+8) = (38) - (12) ; 38 - 12 = a \Rightarrow a = 26$$

4. Encontrar el valor de “d”.



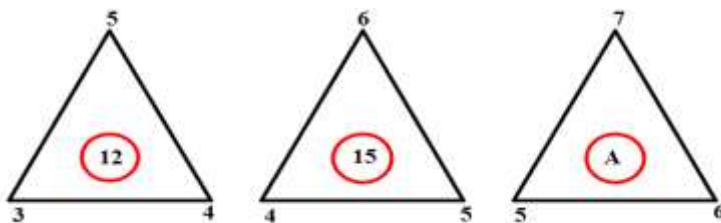
☞ **Regla:** $(c * a) - (b * d) = ?$

$$(9 * 5) - (1 * 5) = 45 - 5 = 40$$

$$(8 * 7) - (1 * 6) = 56 - 6 = 50$$

$$(9 * 8) - (3 * 4) = 72 - 12 = d \Rightarrow d = 60$$

5. Encontrar el valor de “A”



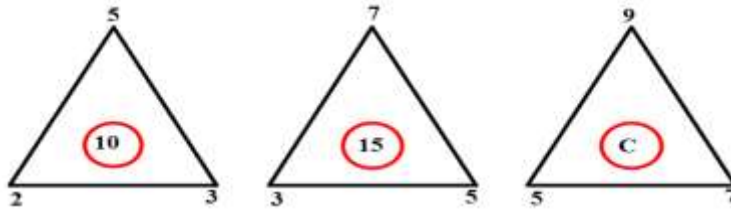
☞ **Regla:** $a+b+c = ?$

$$3+4+5 = 12$$

$$4+5+6 = 15$$

$$5+6+7 = A \Rightarrow A = 18$$

6. Encontrar el valor de "C".



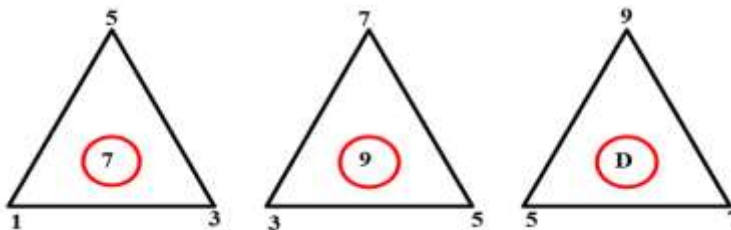
☞ Regla $a + (b + c) = (a + b) + c$

$$2 + (3 + 5) = (2 + 3) + 5; \quad 2 + 8 = 5 + 5 \Rightarrow 10 = 10$$

$$3 + (5 + 7) = (3 + 5) + 7; \quad 3 + 12 = 8 + 7 \Rightarrow 15 = 15$$

$$5 + (7 + 9) = (5 + 7) + 9; \quad 5 + 16 = 12 + 9 = C \Rightarrow C = 21$$

7. Encontrar el valor de "D".



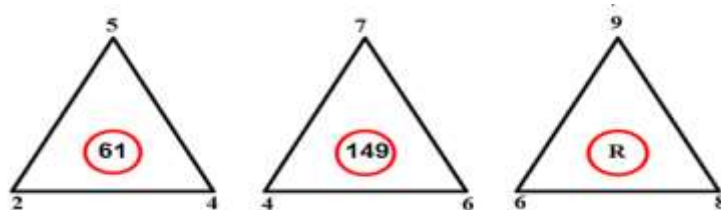
☞ Regla: $(c + b) - a = ?$

$$(5 + 3) - 1 = (8) - 1 \Rightarrow 8 - 1 = 7$$

$$(7 + 5) - 3 = (12) - 3 \Rightarrow 12 - 3 = 9$$

$$(9 + 7) - 5 = (16) - 5; \quad 16 - 5 = D \Rightarrow D = 11$$

8. Encontrar el valor de "R".



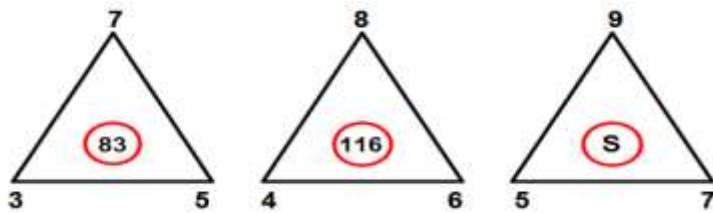
☞ Regla: $(a + b)^2 + c^2 = ?$

$$(2 + 4)^2 + 5^2 = (6)^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$(4 + 6)^2 + 7^2 = (10)^2 + 7^2 = 100 + 49 = 149$$

$$(6 + 8)^2 + 9^2 = (14)^2 + 9^2 = 196 + 81 = R \Rightarrow R = 277$$

9. Encontrar el valor de "S".



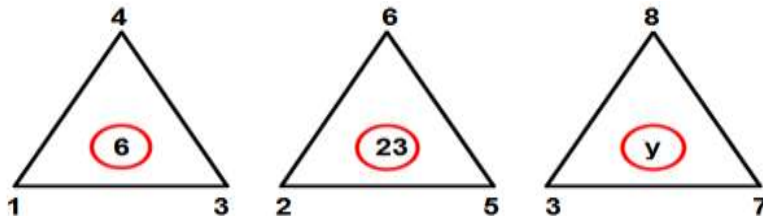
☞ Regla: $a^2 + b^2 + c^2 = ?$

$$(3)^2 + (5)^2 + (7)^2 = 9 + 25 + 49 = 83$$

$$(4)^2 + (6)^2 + (8)^2 = 16 + 36 + 64 = 116$$

$$(5)^2 + (7)^2 + (9)^2 = 25 + 49 + 81 = 155 = S \Rightarrow S = 155$$

10. Encontrar el valor de "y"



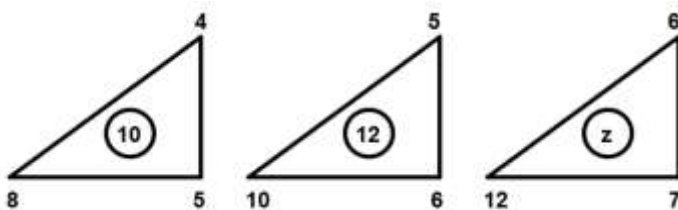
☞ Regla: $a^2 + (b^2 - c) = ?$

$$(1)^2 + (3^2 - 4) = 1 + (9 - 4) = 1 + 5 = 6$$

$$(2)^2 + (5^2 - 6) = 4 + (25 - 6) = 4 + 19 = 23$$

$$(3)^2 + (7^2 - 8) = 9 + (49 - 8) = 9 + 41 = y \Rightarrow y = 50$$

11. Encontrar el valor de "z"



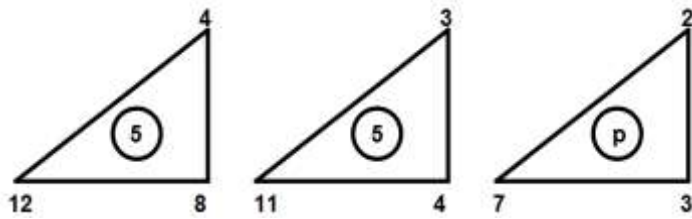
☞ Regla: $(a * c) / b = ? ; \text{si } b \neq 0$

$$\frac{(8)(5)}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

$$\frac{(10)(6)}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

$$\frac{(12)(7)}{6} = \frac{84}{6} = z \Rightarrow z = 14$$

12. Encontrar el valor de “p”.



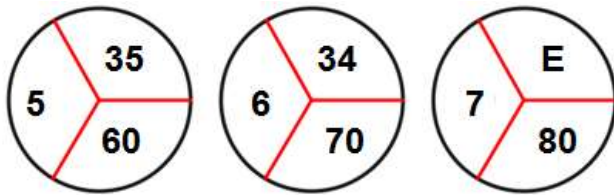
☞ Regla: $(a + b) / c = ? ; si \ c \neq 0$

$$\frac{12 + 8}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\frac{11 + 4}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\frac{7 + 3}{2} = \frac{10}{2} = p \Rightarrow p = 5$$

13. Encontrar el valor de “E”.



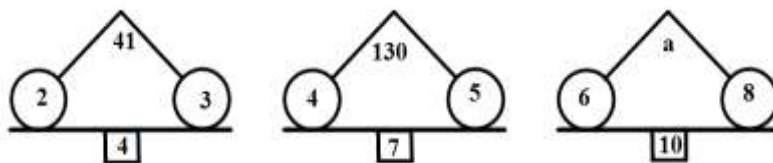
☞ Regla: $c - a^2 = b$

$$60 - (5)^2 = 60 - 25 = 35$$

$$70 - (6)^2 = 70 - 36 = 34$$

$$80 - (7)^2 = 80 - 49 = E \Rightarrow E = 31$$

14. Encontrar el valor de “a”.



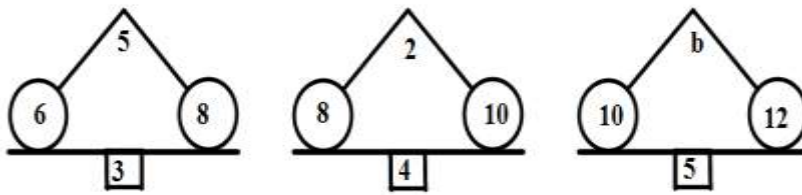
☞ Regla: $(a + b)^2 + d^2 = c$

$$(2 + 3)^2 + (4)^2 = (5)^2 + (4)^2 = 25 + 16 = 41$$

$$(4 + 5)^2 + (7)^2 = (9)^2 + (7)^2 = 81 + 49 = 130$$

$$(6 + 8)^2 + (10)^2 = (14)^2 + (10)^2 = 196 + 100 = a \Rightarrow a = 296$$

15. Encontrar el valor de “b”.



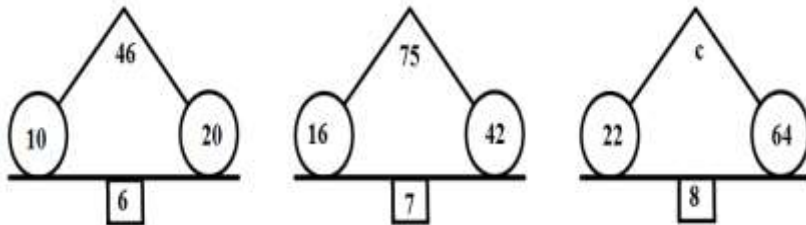
☞ Regla: $(a + b) - d^2 = c$

$$(6 + 8) - 3^2 = (14) - 9 = 5$$

$$(8 + 10) - 4^2 = (18) - 16 = 2$$

$$(10 + 12) - 5^2 = 22 - 25 = b \Rightarrow b = -3$$

16. Encontrar el valor de “c”.



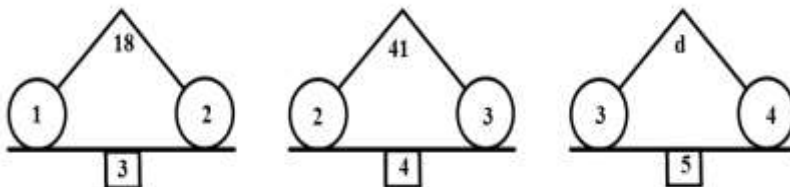
☞ Regla: $(b - a) + d^2 = c$

$$(20 - 10) + 6^2 = 10 + 36 = 46$$

$$(42 - 16) + 7^2 = 26 + 49 = 75$$

$$(64 - 22) + 8^2 = 42 + 64 = c \Rightarrow c = 106$$

17. Encontrar el valor de “d”.



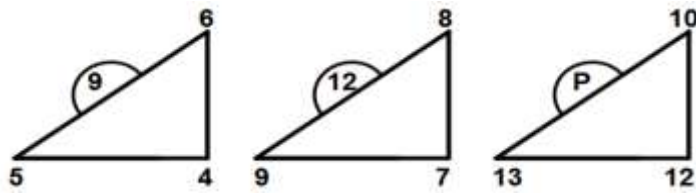
☞ Regla: $(a + b) + d^2 = c$

$$(1 + 2)^2 + 3^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$$

$$(2 + 3)^2 + 4^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

$$(3 + 4)^2 + 5^2 = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 \Rightarrow d \Rightarrow d = 74$$

18. Encontrar el valor de "P".



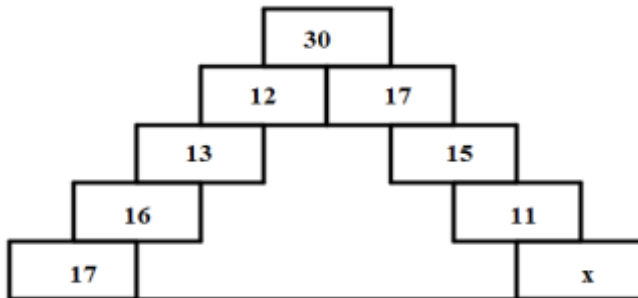
☞ Regla: $\sqrt{a+c} + b = d$

$$\sqrt{5+4} + 6 = \sqrt{9} + 6 = 3 + 6 = 9$$

$$\sqrt{9+7} + 8 = \sqrt{16} + 8 = 4 + 8 = 12$$

$$\sqrt{13+12} + 10 = \sqrt{25} + 10 = 5 + 10 = P \Rightarrow P = 15$$

19. En la siguiente distribución numérica: ¿Cuál es el valor de x?



El número 30 que está en la parte superior de la pirámide, es el número inicial, luego se aplica la adición de las dos cantidades siguientes: $(12 + 17 = 29)$; hasta lograr el valor de x.

$$30$$

$$12 + 17 = 29$$

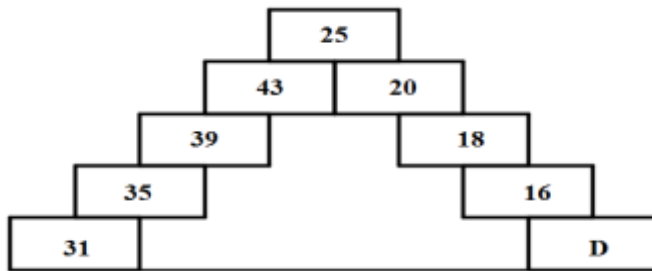
$$13 + 15 = 28$$

$$16 + 11 = 27$$

$$17 + x = 26$$

$x = 26 - 17$, entonces, $x = 9$, se tiene números consecutivos, escritos en forma descendente (30, 29, 28, 27, 26)

20. En la siguiente distribución numérica: ¿Cuál es el valor de D?



El número 25 que está en la parte superior de la pirámide, es el número inicial, luego, se aplica la sustracción de las dos cantidades, hacia abajo: $(43 - 20 = 23)$; hasta adquirir el valor de D.

25

$$43 - 20 = 23$$

$$39 - 18 = 21$$

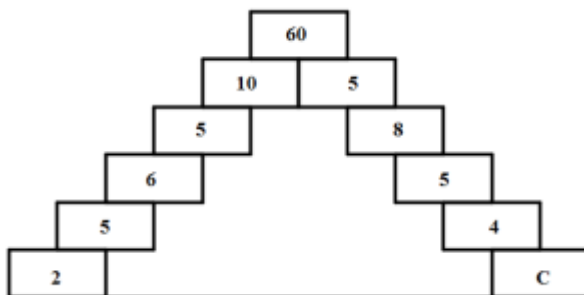
$$35 - 16 = 19$$

$$31 - D = 17$$

$$31 - 17 = D, \text{ entonces, } D = 14$$

Se conserva una sucesión de números restando 2 al primero y está en forma descendente (25, 23, 21, 19, 17) y son números impares.

21. Sea la siguiente distribución numérica: ¿Cuál es el valor de C?



El número 60 que está en la parte superior de la pirámide, es el número inicial, aplicamos el producto de las dos cantidades, hacia abajo: $(10 * 5 = 50)$; hasta lograr el valor de C.

60

$$10 * 5 = 50$$

$$5 * 8 = 40$$

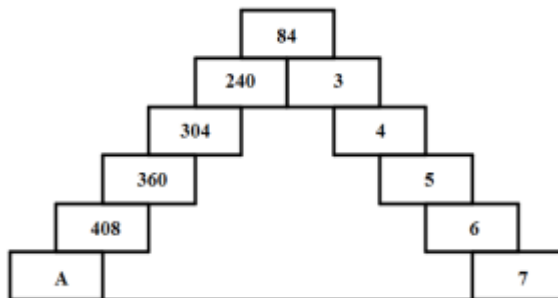
$$6 * 5 = 30$$

$$5 * 4 = 20$$

$$2 * C = 10, \text{ entonces, } C = 5$$

Se consigue una sucesión de números, está en forma descendente (60, 50, 40, 30, 20, 10) y son los múltiplos de 10.

22. En la siguiente distribución numérica: **¿Cuál es el valor de A?**



El número 84 que está en la parte superior de la pirámide, es el número inicial, realizamos la división de las dos cantidades, hacia abajo: $(240:3 = 80)$; hasta alcanzar el valor de A.

$$84$$

$$240 : 3 = 80$$

$$304 : 4 = 76$$

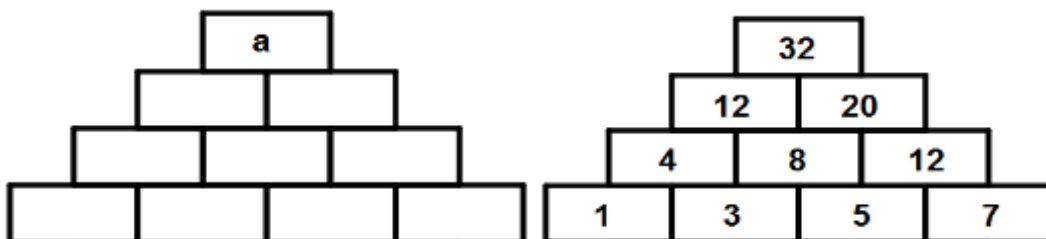
$$360 : 5 = 72$$

$$408 : 6 = 68$$

$$\frac{A}{7} = 64 \Rightarrow A = (64)(7) = 448$$

Se posee una sucesión de números, aplicando la división y están en forma descendente (84, 80, 76, 72, 68, 64) y son pares.

23. Sea el conjunto $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$. **¿Cuál es el valor de a?**



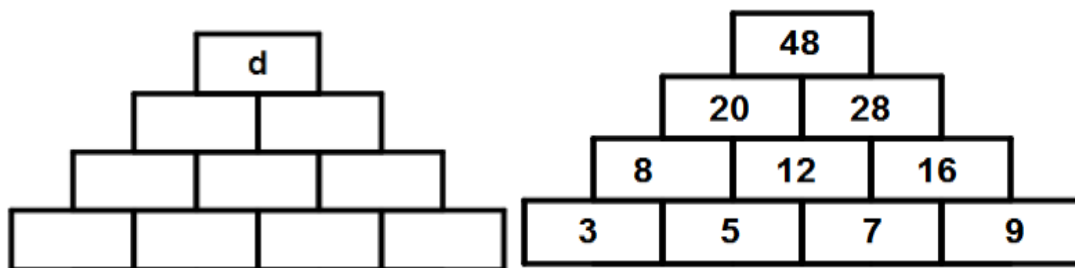
Distribuir y escribir los números del conjunto A, iniciando en la base de la pirámide de izquierda a derecha, se aplica la adición de las dos cantidades, luego se ubica en el primer bloque de la segunda fila; así lo realizamos hasta encontrar el valor pedido. Se adiciona
 Impar + par = par; par + par = par

F(1) $1 + 3 = 4$; $3 + 5 = 8$; $5 + 7 = 12$; se ubican en F(2). Múltiplos del 4

F(2) $4 + 8 = 12$; $8 + 12 = 20$; se ubican en F(3). Pares y múltiplos de 2

F(3) $12 + 20 = 32$; se ubica en F(4), entonces el valor de a = 32

24. Sea el conjunto $D = \{ 3, 5, 7, 9 \}$. ¿Cuál es el valor de d?.



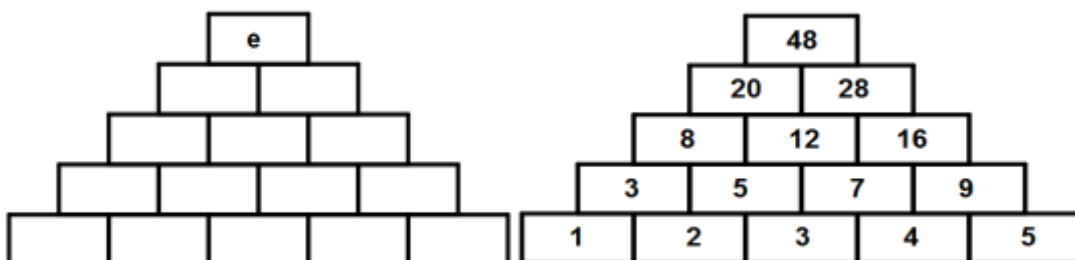
Distribuir y escribir los números impares conjunto D. Aplicamos la regla con los diferentes números hasta completar toda la pirámide y el valor esperado.

F(1) $3 + 5 = 8$; $5 + 7 = 12$; $7 + 9 = 16$; se ubican en F(2).

F(2) $8 + 12 = 20$; $12 + 16 = 28$; se ubican en F(3).

F(3) $20 + 28 = 48$; se ubica en F(4), entonces el valor de d = 48.

25. Sea el conjunto $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$. ¿Cuál es el valor de e?.



Distribuir y escribir los números dados conjunto A. Aplicamos la regla con los números consecutivos, hasta hallar valor esperado.

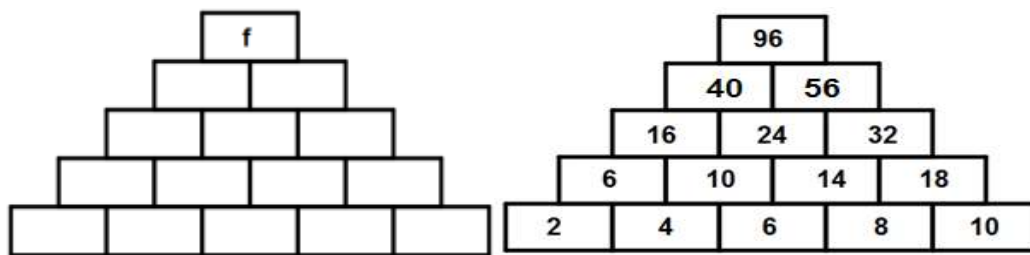
F(1) $1 + 2 = 3$; $2 + 3 = 5$; $3 + 4 = 7$; $4 + 5 = 9$; se ubican en F(2).

F(2) $3 + 5 = 8$; $5 + 7 = 12$; $7 + 9 = 16$; se ubican en F(3).

F(3) $8 + 12 = 20$; $12 + 16 = 28$; se ubican en F(4).

F(4) $20 + 28 = 48$; se ubican en F(5), entonces el valor esperado d = 48.

26. Sea el conjunto $B = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$. ¿Cuál es el valor de f ?



Distribuir y escribir los números pares del conjunto B.

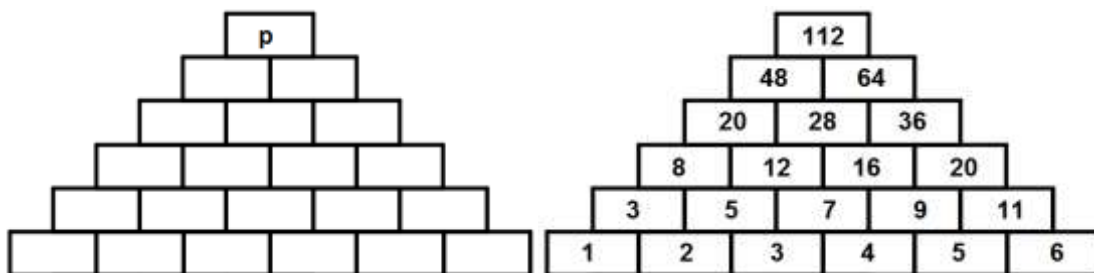
F(1) $2 + 4 = 6$; $4 + 6 = 10$; $6 + 8 = 14$; $8 + 10 = 18$, se ubican en F(2).

F(2) $6 + 10 = 16$; $10 + 14 = 24$; $14 + 18 = 32$, se ubican en F(3).

F(3) $16 + 24 = 40$; $24 + 32 = 56$, se ubica en F(4).

F(4) $40 + 56 = 96$, representa el valor de f .

27. Sea el conjunto $P = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$. ¿Cuál es el valor de p ?



Distribuir y escribir los números dados del conjunto P.

F(1) $1 + 2 = 3$; $2 + 3 = 5$; $3 + 4 = 7$; $4 + 5 = 9$; $5 + 6 = 11$

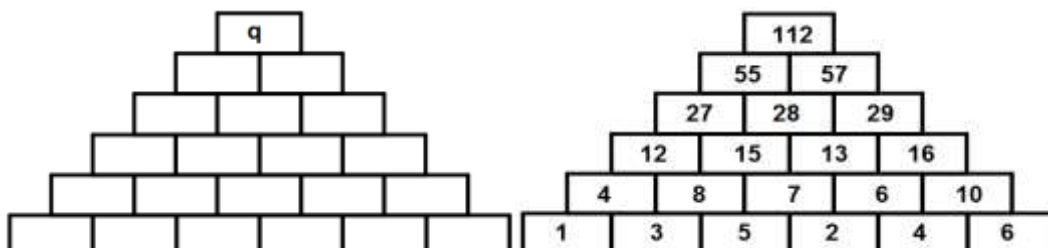
F(2) $3 + 5 = 8$; $5 + 7 = 12$; $7 + 9 = 16$; $9 + 11 = 20$

F(3) $8 + 12 = 20$; $12 + 16 = 28$; $16 + 20 = 36$

F(4) $20 + 28 = 48$; $28 + 36 = 64$

F(5) $48 + 64 = 112$, representa el valor de p .

28. Sea el conjunto $Q = \{ 1, 3, 5, 2, 4, 6 \}$. ¿Cuál es el valor de q ?



Distribuir y escribir los números dados del conjunto Q, aplicar la propiedad conmutativa de la adición.

F(1) $1 + 3 = 4$; $3 + 5 = 8$; $5 + 2 = 7$; $2 + 4 = 6$; $4 + 6 = 10$.

F(2) $4 + 8 = 12$; $8 + 7 = 15$; $7 + 6 = 13$; $6 + 10 = 16$.

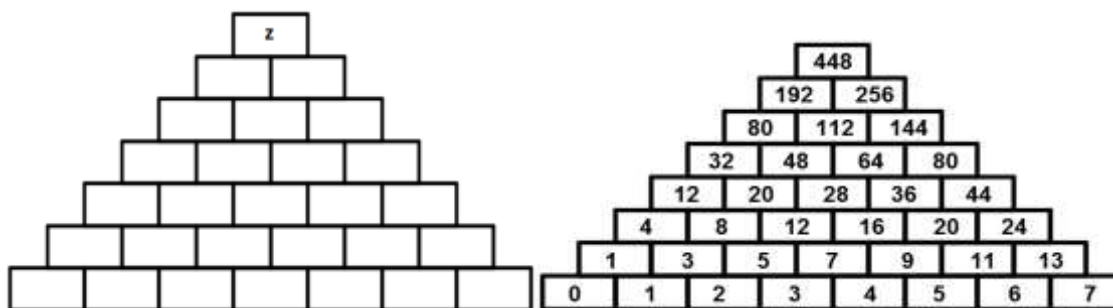
F(3) $12 + 15 = 27$; $15 + 13 = 28$; $13 + 16 = 29$.

F(4) $27 + 28 = 55$; $28 + 29 = 57$;

F(5) $55 + 57 = 112$, representa el valor de q, (se intercambi3 3, 5, 2 y 4) aplicando la propiedad conmutativa de la adici3n y cumple.

29. Sea el conjunto $C = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$. ¿Cu3l es el valor de z?

El conjunto C tiene 8 elementos para distribuir en forma secuencial, por lo que la pir3mide debe disponer de siete filas para la adici3n respectiva, utilizando el cero (existencia del elemento neutro aditivo).



Distribuir y escribir los n3meros dados del conjunto C.

F(1) $0 + 1 = 1$; $1 + 2 = 3$; $2 + 3 = 5$; $3 + 4 = 7$; $4 + 5 = 9$; $5 + 6 = 11$; $6 + 7 = 13$

F(2) $1 + 3 = 4$; $3 + 5 = 8$; $5 + 7 = 12$; $7 + 9 = 16$; $9 + 11 = 20$; $11 + 13 = 24$

F(3) $4 + 8 = 12$; $8 + 12 = 20$; $12 + 16 = 28$; $16 + 20 = 36$; $20 + 24 = 44$

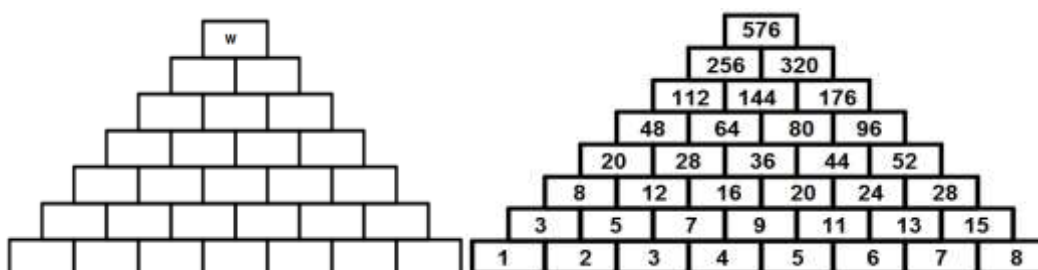
F(4) $12 + 20 = 32$; $20 + 28 = 48$; $28 + 36 = 64$; $36 + 44 = 80$

F(5) $32 + 48 = 80$; $48 + 64 = 112$; $64 + 80 = 144$

F(6) $80 + 112 = 192$; $112 + 144 = 256$

F(7) $192 + 256 = 448$, representa el valor de $w = 448$.

30. Sea el conjunto $D = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$. ¿Cu3l es el valor de w?



31. Si dos grupos de distribuciones numéricas. ¿Cuál es el valor de $a + b$?

12	13	7	43	12	4
21	23	8	52	13	3
30	33	a	61	14	b

☞ **Regla:** $\forall b, c, d, e, a; \forall a, c, d, e, b$ si $(b+c)+(d+e)=a$ y $(a+c)-(d+e)=b$.

Procedemos a calcular el valor pedido en cada una de las matrices:

De la primera matriz, se tiene que:

$$(1+2)+(1+3)=3+4=7$$

$$(2+1)+(2+3)=3+5=8$$

$$(3+0)+(3+3)=(3)+(6)=a \Rightarrow a=9$$

De la segunda matriz, se tiene que:

$$(4+3)-(1+2)=7-3=4$$

$$(5+2)-(1+3)=7-4=3$$

$$(6+1)-(1+4)=(7)-(5)=b \Rightarrow b=2$$

Si, $a = 9$ y $b = 2$. Se procede a calcular: $a + b$, entonces, $9 + 2 = 11$

El propósito de buscar los valores de las dos matrices numéricas, es aplicar diferentes operaciones aritméticas; además, saber diferenciar las cifras de los números que se describen en las filas y columnas de las matrices.

32. En cada caso, se dan dos grupos de distribuciones numéricas.

10	11	12	6	11	31	14	40
20	21	22	24	12	32	15	90
30	22	33	x	13	33	16	y

☞ **Regla:** $\forall r, s, t, u, v, w, x; \forall s, t, u, v, w, x, y; (r+s)+(t+u)+(v+w)=x,$

$$(s+t)+(u+v)+(w+x)=y$$

Se calcula las cifras en cada una de las matrices numéricas:

De la primera matriz, se obtiene el valor de "x":

$$(1+0)(1+1)(1+2)=(1)(2)(3)=6$$

$$(2+0)(2+1)(2+2)=(2)(3)(4)=24$$

$$(3+0)(2+2)(3+3)=(3)(4)(6)=x \Rightarrow x=72$$

De la segunda matriz, se obtiene el valor de “y”.

$$(1+1)(3+1)(1+4) = (2)(4)(5) = 40$$

$$(1+2)(3+2)(1+5) = (3)(5)(6) = 90$$

$$(2+2)(3+3)(1+6) = (4)(6)(7) = y \Rightarrow y = 168$$

Buscar el valor de $2x - \frac{y}{2}$.

$$\text{Entonces, } 2x - \frac{y}{2} = 2(72) - \frac{168}{2}, 144 - 84 = 60$$

33. En cada caso, se dan dos grupos de distribuciones numéricas.

4	5	82	50	2	5
3	4	51	72	2	6
2	3	a	98	2	b

☞ **Regla:** $\forall c, b, a; \forall a, c, b; (c+b)^2 + 2 = a$, $\sqrt{\frac{a}{c}} = b; c \neq 0$

Calculamos los valores pedidos en cada una de las matrices numéricas:

De la primera matriz, se obtiene el valor de “a”:

$$(4+5)^2 + 2 = (9)^2 + 2 = 81 + 2 = 83$$

$$(3+4)^2 + 4 = (7)^2 + 4 = 49 + 4 = 53$$

$$(2+3)^2 + 6 = (5)^2 + 6 = 25 + 6 = 31 = a \Rightarrow a = 31$$

De la segunda matriz, se obtiene el valor de “b”.

$$50 : 2 = 25 \Rightarrow \sqrt{25} = 5$$

$$72 : 2 = 36 \Rightarrow \sqrt{36} = 6$$

$$98 : 2 = 49 = b \Rightarrow b = 7$$

$$\text{¿Cuál es el valor de } \frac{a+b}{2} ?, \text{ entonces; } \frac{a+b}{2} = \frac{31+7}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

$$\text{¿Buscar la cuarta parte de } \frac{a-b}{4} ?, \text{ entonces; } \frac{a-b}{4} = \frac{31-7}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

34. Calcular el valor de “a” en la distribución numérica.

4	21	5
6	43	7
8	a	9

☞ **Regla:** $\forall b, a, c; b^2 + c = a$

$$(4)^2 + 5 = 16 + 5 = 21$$

$$(6)^2 + 7 = 36 + 7 = 43$$

$$(8)^2 + 9 = 64 + 9 = a \Rightarrow a = 73$$

35. Calcular el valor de “b” en la distribución numérica.

19	3	10
34	5	9
b	7	8

☞ **Regla:** $\forall b, c, d; d + c^2 = b$

$$10 + (3)^2 = 10 + 9 = 19$$

$$9 + (5)^2 = 9 + 25 = 34$$

$$8 + (7)^2 = 8 + 49 = b \Rightarrow b = 57$$

ANEXOS

Anexo D

Tabla 5-8 Número de estudiantes, prueba diagnóstica y prueba final

Estudiantes	Prueba de diagnóstico	Prueba final
E ₁	2	6
E ₂	2	4
E ₃	1	5
E ₄	0	4
E ₅	2	2
E ₆	2	6
E ₇	1	5
E ₈	2	6
E ₉	2	5
E ₁₀	2	6
E ₁₁	2	6
E ₁₂	2	2
E ₁₃	1	3
E ₁₄	1	5
E ₁₅	1	5
E ₁₆	1	4
E ₁₇	1	5
E ₁₈	1	1
E ₁₉	1	5
E ₂₀	2	6
E ₂₁	2	2
E ₂₂	1	5
E ₂₃	0	4
E ₂₄	1	5
E ₂₅	1	1
E ₂₆	2	6
E ₂₇	1	1
E ₂₈	2	2

ANEXOS

ANEXO E₁

TABLA DE FRECUENCIAS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

Tabla 5-9 Tabla de frecuencias de la prueba diagnóstica

Tabla de frecuencias de la prueba de diagnóstico			
Calificaciones	Frecuencia	f r %	f a
0	2	7,14	7,14
1	13	46,43	53,57
2	13	46,43	100,00
Total	28		

Elaborado por: Cunachi O. 2 014 – 04 – 26

ANEXO E₂

TABLA DE FRECUENCIAS DE LA PRUEBA FINAL

Tabla 5-10 Tabla de frecuencias de la prueba final

Tabla de frecuencias de la prueba final			
Calificaciones	frecuencia	f r %	f a
1	3	10,71	10,71
2	4	14,29	25,00
3	1	3,57	28,57
4	4	14,29	42,86
5	9	32,14	75,00
6	7	25,00	100,00
Total	28		

Elaborado por: Cunachi O. 2 014 – 04 – 26